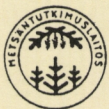


Katsaus tuotantoteorian sovelluksiin:
etäisyysfunktiot ja
joustavat funktiomuodot

Lauri Hetemäki



METSÄNTUTKIMUSLAITOKSEN TIEDONANTOJA 429

KORJAUKSET

Korjaukset julkaisuun Katsaus tuotantoteorian sovelluksiin: etäisyysfunktiot ja joustavat funktiomuodot, Metsäntutkimuslaitoksen tiedonantoja no. 429:

s. 10 Kuvion 1 alla olevassa lauseessa termin x^2 tilalla tulee olla x^1 .

s. 14 yhtälöiden (6a) oikealla puolella termin D_i tilalla tulee olla D_0 .

s. 17 yhtälöiden (9 a,b) alapuolella olevan lauseen korjattu muoto on "Duaaliteorian mukaan tulofunktio voidaan johtaa tuotantoetäisyysfunktioista maksimoimalla tuloja tuotannon määrien suhteen ja toisaalta tuotantoetäisyysfunktio voidaan johtaa tulofunktioista maksimoimalla tuloja tuotantohintojen suhteen."

s. 18 yhtälöiden (12a,b) alapuolella olevan lauseen korjattu muoto on "Panosetäisyysfunktio johdetaan kustannusfunktioista minimoimalla kustannuksia panoshintavektorin suhteen ja toisaalta kustannusfunktio johdetaan panosetäisyysfunktioista minimoimalla kustannuksia panosten määrien suhteen."

s. 19 yhtälöiden (13a,b) alapuolella oleva lauseen korjattu muoto on "Yhtälöiden (13a ja b) mukaan epäsuora tulofunktio voidaan johtaa epäsuorasta tuotantoetäisyysfunktioista maksimoimalla tuloja tuotannon määrien suhteen ja toisaalta ID_0 voidaan johtaa IR :stä maksimoimalla tuloja tuotantohintojen suhteen."

Katsaus tuotantoteorian sovelluksiin: etäisyysfunktiot ja joustavat funktiomuodot

Lauri Hetemäki

1992



METSÄNTUTKIMUSLAITOKSEN TIEDONANTOJA 429
METSÄN KÄYTÖN TUTKIMUSOSASTO

Hetemäki, Lauri 1992. Katsaus tuotantoteorian sovelluksiin: etäisyysfunktiot ja joustavat funktiomuodot. Metsäntutkimuslaitoksen tiedonantoja 429, 40 s. ISBN 951-40-1246-1, ISSN 0358-4283.

Julkaisussa tarkastellaan neoklassista tuotantoteoriaa ja sen sovelluksia koskevaa viimeaikaista kirjallisuutta. Aluksi esitetään tarvittava tuotantoteorian käsitteistö sekä yrityksen tuotantoteknologian primaari- ja duaalikuvaus käyttäen aksiomaattista, joukko-opillista lähestymistapaa. Tämän lähestymistavan etuna on sen yleisyys verrattuna perinteiseen funktioesitystapaan. Esitetyn teoreettisen viitekehyksen sovelluksia käsitellään julkaisun loppuosassa. Ensin tarkastellaan viime vuosina vilkkaan tutkimuksen kohteina olleita etäisyysfunktioiden (distance function) sovelluksia. Erityisesti esitellään etäisyysfunktion käyttöä yritysten ja julkisyhteisöjen teknisen ja allokatiivisen tehokkuuden mittaamisessa, monituoteyrityksen ja saastuttavien tuotantoprosessien kuvaamisessa sekä tuottavuusindeksien laskemisessa. Koska valtaosa etäisyysfunktioiden sovelluksista on perustunut parametrisiin funktiomuotoihin tarkastellaan myös ns. joustavia funktiomuotoja ja niiden valintaan liittyvää problematiikkaa.

Avainsanat: Tuotantoteoria, joustavat funktiomuodot, etäisyysfunktiot.

Kirjoittajan yhteystiedot: Metsäntutkimuslaitos, Metsien käytön tutkimusosasto, PL 37, 00381 Helsinki.

Julkaisija: Metsäntutkimuslaitos; KT 3013-7 "Metsien käyttö ja ympäristö". Hyväksynyt: vs. tutkimusjohtaja Aarne Reunala.

Jakelu: Metsäntutkimuslaitos, Metsien käytön tutkimusosasto, PL 37, 00381 Helsinki.

ALKUSANAT

Kiitän Martti Hetemäkeä, Pekka Ilmakunnasta, Jari Kuuluvaista ja Pekka Ollonqvistia tämän julkaisun sisältöä koskevista kommenteista. Ville Ovaskaisen yksityiskohtaiset kommentit esityksen kieliasuun ovat parantaneet sen luettavuutta. Pirjo-Riitta Lind avusti käsikirjoituksen painokuntoon saattamisessa. Julkaisun teon mahdollisti Suomen Akatemialta saatu apuraha.

Syyskuu 1992

Lauri Hetemäki

SISÄLLYS

1 JOHDANTO	5
2 TUOTANTOTEKNOLOGIAN PRIMAARILÄHESTYMISTAPA	7
3 TUOTANTOTEKNOLOGIAN DUAALILÄHESTYMISTAPA	15
4 ETÄISYYSFUNKTIOIDEN SOVELLUKSET	20
5 PARAMETRISET MALLIT JA JOUSTAVAT FUNKTIOMUODOT	25
6 JOHTOPÄÄTÖKSET	29
KIRJALLISUUS	31
ALAVIITTEET	37
LIITE	39

1 JOHDANTO

Neoklassisen tuotantoteorian perustulokset ovat jo vakiintuneita ja merkittäviä uusia teoreettisia tuloksia ei viime vuosikymmeninä ole esitetty. Kokonaan uusien teorioiden sijasta kirjallisuudessa onkin lähinnä keskitytty yleistämään aiempia tuloksia tekemällä vähemmän rajoittavia oletuksia. Yleisempien oletuksien ansiosta on voitu mm. kuvata aikaisempaa monimutkaisempia tuotantoprosesseja, testata eksplisiittisesti yritysten käyttäytymishypoteeseja ja tarkastella tuotannon tehokkuutta entistä joustavammin.

Erityisen mielenkiintoisen lähestymistavan tuotantoteknologian aikaisempaa yleisempään kuvaukseen tarjoavat ns. etäisyysfunktiot (distance function). Vaikka etäisyysfunktio ei ole uusi asia tuotantoteoriassa (ks. Shephard 1953), sen sovelluksia empiirisessä työssä on julkaistu vasta viime vuosina. Etäisyysfunktioilla on eräitä hyviä ominaisuuksia, jonka perusteella on syytä olettaa niiden suosion kasvavan. Näiden ja muiden yritysten tuotantoteknologiaa kuvaavien funktioiden sovellusalue on laajentunut merkittävästi kahden viimeisen vuosikymmenen aikana duaalilähestymistavan ja ns. joustavien funktiomuotojen käytön myötä. Parametrusten tuotantofunktioiden kehityksen ohella myös ei-parametriset tarkastelut ovat tulleet viime aikoina yhä suosittummiksi.

Tässä katsauksessa esitellään empiirisiä tutkimuksia, joissa etäisyysfunktiota on käytetty tarkasteltaessa yritysten ja julkisyhteisöjen teknistä ja allokativista tehokkuutta, kuvattaessa monituoteyritystä ja saastuttavia tuotantoprosesseja tai laskettaessa tuottavuusindeksejä. Etäisyysfunktioiden empiiriset sovellukset ovat pääasiassa perustuneet lineaariseen ohjelmointiin, mutta viime vuosina on myös tehty joitain ekonometrisia sovelluksia. Koska valtaosa ekonometrisista sovelluksista (myös etäisyysfunktioiden) on perustunut parametriin funktiomuotoihin katsauksessa tarkastellaan myös parametrusten ekonometristen mallien estimoinnin viimeaikaista kehitystä ja funktiomuotojen valintaan liittyvää problematiikkaa.

Katsauksen aihepiiriin liittyviä klassisia esityksiä, jotka sisältävät monia keskeisiä

teoreettisia tuloksia, ovat Shephard (1970) sekä Fuss ja McFadden (1978). Viimeaikaisista teoksista mainittakoon Chambersin (1988) ja Fären (1988) oppikirjat, jotka perustuvat pääosin aksiomaattisen ja duaalilähestymistavan käyttöön. Suppeampi katsaus aiheeseen löytyy mm. Chambersin (1989) artikkelista. Tuotantoteorian ekonometrisiin sovelluksiin voi perehtyä tutustumalla mm. julkaisuihin Blackorby, Primont ja Russell (1978), Dogramaci (1983), Jorgenson (1986) ja Berndt (1991). Ei-parametrisia ja lineaariseen ohjelmointiin perustuvia sovelluksia käsitellään mm. julkaisuissa Chambers (1989), Färe, Grosskopf ja Lovell (1985) ja Varian (1984). Tuoreita katsauksia, joissa verrataan mm. ekonometrisilla malleilla ja lineaarisella ohjelmoinnilla saatuja tuloksia, ovat Lewin ja Lovell (1990) ja Gullede ja Lovell (1992).

Suomenkielistä esitystä aihepiiristä ei ole tiettävästi julkaistu aikaisemmin. Yleensäkin tuotantoteorian tai sen sovellusten tutkimus on Suomessa ollut suhteellisen vähäistä.¹

Katsaus etenee seuraavasti. Kappaleessa 1 esitetään yleinen teoreettinen viitekehys ja käsitteistö kuvaamalla tuotantoteknologia primaarilähestymistapaa käyttäen. Yksinkertaisuuden ja tilanpuutteen vuoksi mallitarkastelu rajoitetaan kilpailullisiin markkinoihin varmuuden vallitessa. Kappaleessa 2 yrityksen tuotantoteknologia kuvataan käyttäen duaalilähestymistapaa. Mallitarkastelun avulla voidaan kuvata kirjallisuudessa esitettyjä tuloksia, tapahtunutta kehitystä ja ongelmia, joita neoklassiseen tuotantoteoriaan sisältyy. Kappaleissa 2 ja 3 esitettyjen mallien ja käsitteistön sovelluksia käsitellään kappaleessa 4, joka sisältää katsauksen etäisyysfunktioiden sovelluksiin. Kappaleessa 5 tarkastellaan parametrisia funktiomuotoja ja niiden valintaan liittyviä ongelmia. Katsauksen johtopäätökset esitetään kappaleessa 6.

2 TUOTANTOTEKNOLOGIAN PRIMAARILÄHESTYMISTAPA

Kappaleessa esitetään tuotantoteknologian yleinen (primaari) kuvaus ja käsitteistö. Perinteisessä lähestymistavassa tuotantoteknologia tarkastelu esitetään fyysisiä ja teknisiä suhteita kuvaavan *tuotantofunktion* avulla. Tässä katsauksessa seurataan Shephardin (1970) aloittamaa *joukko-opillista*, aksiomaattista esitystapaa. Tämän lähestymistavan etu on sen yleisyys verrattuna perinteiseen funktioita käyttävään lähestymistapaan, jossa rajoitutaan kuvaamaan yhden tuotteen tuotantoteknologioita ja tuotannon oletetaan olevan tehokasta (optimitasolla). Alla esitetyssä tuotantoteknologia kuvauksessa näitä rajoituksia ei aseteta. Koska seuraavassa esitetään saman tuotantoteknologian kuvaus usealla eri tavalla, ei asioiden toistolta voida täysin välttyä. Kuitenkin tämä on välttämätöntä sovelluksien ymmärtämisen kannalta ja jotta saadaan käsitys kuinka sama tuotantoteknologia voidaan kuvata monella eri tavalla. Tässä käytetty esitystapa ja käsitteistö perustuu osittain Chambersin (1988, 1989) ja Fären (1988) julkaisuihin.

Yritysten teknisiä tuotantomahdollisuuksia voidaan kuvata tuotantomahdollisuuksien joukolla T , joka kuvaa kaikkia toteutettavissa olevia panos-tuotoskombinaatioita. Yleisyyden kustannuksella jaetaan panokset ja tuotokset erillisiksi ja oletetaan panosten ja tuotteiden hintojen olevan ei-negatiivisia. Tällöin $x \in R_+^n$ kuvaa tuotantopanosvektoria ja $y \in R_+^m$ kuvaa tuotosvektoria. Tuotantoteknologian voidaan kuvitella olevan kaikkien mahdollisten panos-tuotostmahdollisuuksien $(R_+^n * R_+^m)$ alajoukko. Tällöin T voidaan määritellä seuraavasti:

$$(1) \quad T = \{ (x, y) : x \text{ voi tuottaa } y : n \}$$

T :n edellytetään täyttävän osan seuraavista ominaisuuksista (yksityiskohtaisempi kuvaus ominaisuuksista esitetään mm. Fären (1988) julkaisussa)²:

- (T1) T on ei-tyhjä joukko,
- (T2) T on suljettu joukko,
- (T3) T on konvekksi joukko,
- (T4a) T kuvaa *vahvaa* (vapaata) tuhlattavuutta x :n suhteen, ts. jos $(x,y) \in T$ ja $x' \geq x$, niin $(x', y) \in T$, tai
- (T4b) T kuvaa *heikkoa* tuhlattavuutta x :n suhteen, ts. jos $(x,y) \in T$ ja $\lambda x \geq x$, niin $(\lambda x, y) \in T$, kaikille $\lambda \geq 1$,
- (T5a) T kuvaa *vahvaa* (vapaata) tuhlattavuutta y :n suhteen, ts. jos $(x,y) \in T$ ja $y' \leq y$, niin $(x,y') \in T$, tai
- (T5b) T kuvaa *heikkoa* tuhlattavuutta y :n suhteen, t.s., jos $(x,y) \in T$ ja $\tau y \leq y$, kaikille $\tau \leq 1$, niin $(x,\tau y) \in T$,
- (T6) jokaiselle äärelliselle vektorille $x \in T$ on ylhäältäpäin rajoitettu ja
- (T7) $(0,0) \in T$ and $(0,y) \notin T$, jos $y \geq 0$.

Edellä esitetyt oletukset ovat tavanomaisia, lukuunottamatta oletuksia T4b ja T5b, joita tarkastellaan hieman tarkemmin. Oletusten T1-T7 tulkinnat voidaan tiivistää seuraavasti: T1 kertoo, että on olemassa tuotettavissa oleva panos-tuotoskombinaatio. Luonnollisesti tarvitaan vähintään yksi piste, jotta voidaan tehdä päätelmiä tuotantoteknologiasta. T2 on tekninen rajoitus sille, että tuotantomahdollisuuksien kombinaatiot kuuluvat joukkoon T . Mikäli joukko T ei olisi suljettu, ei optimi ratkaisua olisi välttämättä olemassa. Konveksisuusoletus, T3, vastaa vähenevien rajatuottojen lakia. Toisaalta konveksisuusoletuksesta myös seuraavaa, että jos x^1 ja x^2 voivat tuottaa y :n, niin silloin mikä tahansa niiden painotettu keskiarvo voi myös tuottaa saman tuotoksen y . Oletusten T4a ja T5a voidaan intuitiivisesti tulkita vastaavan vakiintuneita oletuksia positiivisista rajatuotoista. T4a kertoo, että jos joitakin tuotantopanoksia lisätään, tuotannon määrä ei voi vähentyä. T5a puolestaan kertoo, että tuotokset voidaan vapaasti tuhlailla ilman muutoksia tuotantopanosten määrissä. Oletukset T4a ja T5a on kirjallisuudessa perinteisesti hyväksytty

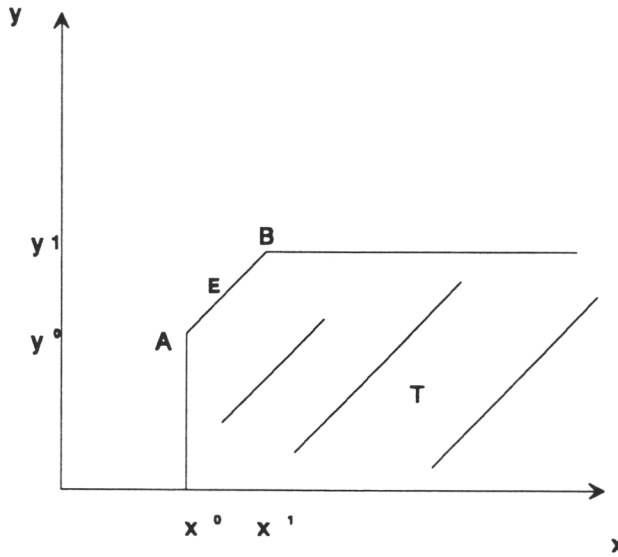
ilman varauksia. Eräissä viimeaikaisissa tutkimuksissa nämä oletukset on kuitenkin perustellusti korvattu vähemmän vahvoilla oletuksilla, eli oletuksilla T4b ja T5b (esim. Färe, Grosskopf ja Lovell 1985 ja Färe 1988)³.

Oletus T4b kertoo, että tuotantopanosten *suhteellinen* lisääminen ei voi johtaa tuotannon määrän vähenemiseen. Tämä oletus mahdollistaa tuotantoteknologian kuuluminen taloudellisesti ei-rationaaliselle alueelle ja tuotantopanosten "ruuhkautumisen" (congestion). Klassinen esimerkki ko. tapauksesta on maanviljelijä, jonka rajatuotos vakiosuuruisella maa-alueella vähenee, jos tuotantopanoksia lisätään tietyn määrän yli, koska ne eivät voi enää toimia tehokkaasti. Oletus T5b kertoo, että tuotannon määrän *suhteellinen* vähentäminen on mahdollista annetulla tuotantopanosten määrällä. Jos siis tuotosvektori y voidaan tuottaa käyttäen tuotantopanosvektori x :ää, niin kaikki tuotosvektorit, jotka ovat suhteellisesti pienempiä kuin y (τy , $0 \leq \tau \leq 1$) voidaan myös tuottaa x :llä. Tämän oletuksen perusteella tuotteiden hinnat voivat olla ei-positiivisia. Oletus T5b on tärkeä erityisesti silloin kun tuotoksen määrää säätelee esim. ympäristönsuojelurajoite, joka estää tuotoksen vapaan hävittämisen. Yrityksen täytyy uhrata tietty määrä tuotantopanoksia jätteidensä puhdistamiseen.

T6 on matemaattinen rajoitus, joka osoittautuu hyödylliseksi johdettaessa eräitä epäsuoria tavoitefunktioita. Oletuksen intuitio on, että on olemassa jokin raja sille, kuinka paljon voidaan tuottaa, ts. annetulla tuotantopanosvektorilla x ei voida tuottaa ääretöntä määrää y . Lopuksi T7 on ns. no free lunch -oletus, jonka mukaan nolla-joukko $(0,0)$ voi kuulua T :hen, mutta ilman tuotantopanoksia ei voida tuottaa mitään.

Edellä esitettyä abstraktia tuotantoteknologian kuvausta havainnollistaa kuvio 1. Valitaan ensin satunnaisesti kaksi pistettä $A=(x^0, y^0) \in T$ ja $B=(x^1, y^1) \in T$, joiden voidaan ajatella kuvaavan esim. kahden eri yrityksen tai saman yrityksen kahden eri ajanjakson panos-tuotoskombinaatioita. Kuvio 1:n tuotantoteknologian konstruointi voidaan aloittaa tekemällä oletus T4a ja tarkastelemalla pistettä $A (x^0, y^0)$. Oletuksen T4a perusteella

Kuvio 1. Tuotantomahdollisuuksien joukko T



tuotantomäärä y^0 voidaan tuottaa myös x^0 :aa suuremmalla panosmäärällä, esim. panosmäärällä x^2 (jos yksi työntekijä voi valmistaa yhden auton päivässä, kaksi työntekijää voi myös valmistaa yhden auton päivässä). Tämän oletuksen perusteella voidaan piirtää pisteet x^0 ja A yhdistävä vertikaalinen suora. Vastaavasti oletuksen T5a perusteella panosmäärällä x^1 voidaan tuottaa y^1 :n suuruinen tuotos, mutta samalla panosmäärällä voidaan aina tuottaa myös vähemmän. Tämän oletuksen perusteella voidaan piirtää pisteestä B oikealle kulkeva horisontaalinen suora. Täydennetään kuviota seuraavaksi tekemällä oletus T3, joka edellyttää, että tuotantjoukon T kaikki konveksit kombinaatiot kuuluvat myös T:hen. Koska konveksit kombinaatiot ovat painotettuja keskiarvoja (jotka summautuvat ykköseksi), voidaan päätellä, että annetulle θ ($0 \leq \theta \leq 1$) ja (x^0, y^0) ja $(x^1, y^1) \in T$ voidaan löytää piste E, missä $E = (x, y) = (1-\theta)(x^0, y^0) + \theta(x^1, y^1) \in T$. Tällaisten pisteiden avulla voidaan piirtää pisteet A ja B yhdistävä suora, jolloin kuvion 1 tuotantjoukko T on saatu konstruoiduksi.

Kirjallisuudessa kuvion 1 kaltaisen tuotantojoukon T sanotaan muodostavan konveksin kuvun (free disposal convex hull) havaintojensa suhteen. Tuotantojoukkoa T voitaisiin edelleen rajoittaa olettamalla esim. vakioskaalatuetot tai ali-homogeenisuus (subhomogeneous; ks. Chambers 1988, 1989, Färe 1988). Toisaalta perinteinen *tuotantofunktio* vastaisi kuviossa 1 tuotantojoukon T rajaa eikä joukkoa T . Toisin sanoen tuotantofunktio kuvaisi teknisesti *tehokkaita* (optimi) panos-tuotoskombinaatioita eikä teknisesti *mahdollisia* panos-tuotoskombinaatioita. Muistutettakoon myös, että edellä esitetty tuotantojoukko T ei vastaa oletuksia T4b ja T5b. (Liitteessä on esitetty graafinen tarkastelu tuotannon *vahvan* ja *heikon* hävitettävyyden oletusten merkityksestä tuotantoteknologian kuvaamiseen).

Koska kirjallisuudessa käytetään myös muita tapoja kuvata tuotantoteknologiaa ja keskeisten tulosten esittely edellyttää niiden tuntemista, esitetään seuraavassa lyhyesti kolme muuta tapaa kuvata (primaari) tuotantoteknologia. Ensin tarkastellaan tuotanto-panosvaatimusjoukkoa (input requirement set), jonka jälkeen esitetään tuotantovaatimusjoukko (output requirement set), ja lopuksi primaari tuotantoteknologia kuvataan käyttämällä panosetäisyysfunktioita (input distance function) ja tuotantoetäisyysfunktioita (output distance function).

Määritellään *tuotantopanosvaatimusjoukko*, joka kuvaa kaikkia tuotantopanoskombinaatioita joiden avulla voidaan tuottaa *annettu* y :n suuruinen tuotos seuraavasti:

$$(2) \quad V(y) = \{x: x \text{ voi tuottaa } y:n\} = \{x: (x,y) \in T\}$$

$V(y)$:n ominaisuudet voidaan johtaa edellä esitetyistä tuotantomahdollisuuksien joukon T ominaisuuksista.

- (V1a) jos $x \in V(y)$ ja $x' \geq x$, niin $x' \in V(y)$; (V1b) jos $\lambda x \in V(y)$ ja $\lambda x \geq x$ ja $\lambda \geq 1$, niin $\lambda x \in V(y)$,
- (V2a) jos $y' \geq y \geq 0$, niin $V(y') \subset V(y)$,
- (V2b) Jos $\tau y \geq y \geq 0$, ja $\tau \geq 1$, niin $V(\tau y) \subset V(y)$, (V3) $V(y)$ on konvekksi joukko,
- (V4) $0 \notin V(y)$ jos $y \geq 0$, mutta $0 \in V(0)$ ja
- (V5) $V(y)$ on ei-tyhjä ja suljettu äärelliselle y .

Oletukset V1-V2 ovat suora seuraus vahvasta tai heikosta tuotantopanosten tai tuotosten hävitettävyydestä. V3 seuraa T3:sta ja V4 on "no free lunch" -oletus. Oletus V5 ei seuraa suoraan T:stä tehdyistä oletuksista, sillä T ei edellytä, että kaikki äärelliset tuotantomäärät ovat tuotettavissa. Siten V5 laajentaa hieman T:stä tehtyjä oletuksia.

Analisisesti tuotantopanosvaatimusjoukon kanssa on olemassa *tuotantovaatimusjoukko*, joka määritellään seuraavasti:

$$(3) \quad Y(x) = (y: x \text{ voi tuottaa } y:n) = (y: (x,y) \in T).$$

Toisin sanoen $Y(x)$ kuvaa kaikkia niitä tuotasmääriä, jotka voidaan tuottaa käyttämällä *annettua* tuotantopanosjoukkoa x . $V(y):n$ ja $Y(x):n$ määritelmistä seuraa, että niiden välillä vallitsee käänteinen suhde, ts. $x \in V(y) \iff y \in Y(x)$.

$Y(x):ää$ koskevat oletukset ovat seuraavat:

- (Y1a) Jos $y \in Y(x)$ ja $y' \leq y$, niin $y' \in Y(x)$,
- (Y1b) Jos $y \in Y(x)$ ja $\lambda y \leq y$, niin $\lambda y \in Y(x)$,
- (Y2a) Jos $x \geq x'$ niin $Y(x') \subset Y(x)$,
- (Y2b) Jos $x \geq \tau x$, niin $Y(\tau x) \subset Y(x)$; (Y3) $Y(x)$ on konvekksi joukko,
- (Y4) $Y(x)$ on ylhäältäpäin rajoitettu kaikille $x \in \mathbb{R}_+^n$ ja
- (Y5) $Y(x)$ on ei-tyhjä ja suljettu äärelliselle x .

Oletukset Y1-Y2 ovat seurausta vahvasta tai heikosta hävitettävyydestä. Y3 seuraa T:tä koskevasta konveksisuusoletuksesta. Y4 seuraa T6:sta, kun taas Y5 edustaa laajennusta T:tä koskevaan ei-tyhjän joukon oletukseen.

Huomautettakoon, että vaikka saattaisi olettaa tuotantopanosvaatimusjoukon (x-muuttujat) ja tuotantovaatimusjoukon (y-muuttujat) yhdessä vastaavan tuotantomahdollisuuksien joukkoa T, näin ei ole. Tämä pätsi vain, jos olisi olemassa yksikäsitteinen kulmaratkaisu (min-x, max-y) (ks. Jacobsen ja Paulsen 1991). Havainnollisesti tämä tarkoittaisi, että kuviossa 1 pisteistä A ylöspäin ja pisteestä B vasemmalle jatkuvien suorien leikkauspiste kuuluisi tuotantoteknologiajoukkoon T.

Viimeinen primaariteknologian kuvaustapa, joka tässä esitetään, perustuu *etäisyysfunktio*käsitteeseen. Tämä käsite tulee konveksien joukkojen matemaattisesta teoriasta ja taloustieteen alalla sitä sovelsivat eri yhteyksissä ensimmäisinä Debreau (1951), Malmquist (1953) ja Shephard (1953), joista viimeinen oli sovellus tuotantoteoriaan (historiallinen katsaus etäisyysfunktioihin sisältyy Newmanin 1987 artikkeliin). Kuitenkin etäisyysfunktioiden käyttö tuotantoteoriassa on yleistynyt vasta viime vuosina. *Tuotantoetäisyysfunktio* (*output distance function*) voidaan määritellä seuraavasti:⁴

$$(4) D_o(x,y) = \min [\gamma : (x,y/\gamma) \in T] = \min [\gamma : (y/\gamma) \in Y(x)] = \min [\gamma : x \in V(y/\gamma)].$$

$D_o(x,y)$ mittaa tuotannon tehokkuutta vertaamalla havaittua tuotantoa (y^0) suurimpaan mahdolliseen tuotantoon annetulla panosjoukolla x . Toisin sanoen tuotantoetäisyysfunktio mittaa suurinta mahdollista tuotantovektorin kasvua (radial expansion) rajoitteella, että ko. tuotantovektori kuuluu joukkoon $Y(x)$. Vastaavasti *panoetäisyysfunktio* (*input distance function*) voidaan määritellä seuraavasti:⁵

$$(5) D_i(y,x) = \max [\lambda : (x/\lambda,y) \in T] = \max [\lambda : (x/\lambda) \in V(y)] = \max [\lambda : y \in Y(x/\lambda)].$$

$D_i(y,x)$ mittaa tuotantopanososten käytön tehokkuutta vertaamalla havaittua panosvektoria

(x^0) pienimpään mahdolliseen panosvektoriin, jolla voidaan tuottaa annettu tuotos y . Toisin sanoen panosetäisyysfunktio mittaa suurinta mahdollista panosvektorin vähennystä (radial contraction), joka on mahdollinen pidettäessä panosvektori $V(y)$:ssä.

Edellä määriteltyjen etäisyysfunktioiden tärkeä ominaisuus on, että ne kuvaavat tyhjentävästi tuotanto- ja panosvaatimusten joukot. Etäisyysfunktioiden sekä $Y(x)$:n ja $V(y)$:n väliset relaatiot voidaan esittää seuraavasti:

$$(6a) \quad Y(x) = [y: D_i(x,y) \leq 1]$$

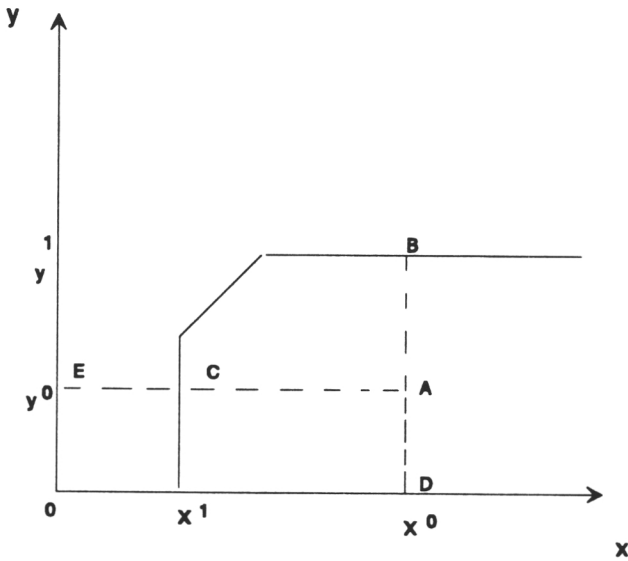
ja

$$(6b) \quad V(y) = [x: D_i(y,x) \geq 1].$$

Näiden relaatioiden merkitys on keskeinen esim. testattaessa tuotantoteknologiasta tehtyjä käyttäytymishypoteeseja (ks. kpl. 4).

Etäisyysfunktioiden intuitiivista tulkintaa on havainnollistettu kuviossa 2. Valitulle panosmäärälle x^0 tuotantomahdollisuuksien joukon määrittävät kaikki ne tuotantomäärät, jotka ovat yhtä suuria tai pienemmät kuin y^1 . Valitaan $Y(x^0)$:aan kuuluva tuotantomäärä y^0 , ts. panos-tuotoskombinaatio A. Laskemalla $D_o(x^0, y^0)$ sen arvoksi saadaan $Oy^0/Oy^1 = \gamma = |DA| / |DB|$, joka on < 1 , kuten edellytetään. Vastaavasti panos-etäisyysfunktio saa arvon $\lambda = |EA| / |EC|$, joka on > 1 , kuten edellytetään. Tuotantoteknologia on tehokasta ainoastaan silloin, kun etäisyysfunktio saa arvon 1 (ts., $D_o = D_i = 1$). Jos esimerkiksi $D_o < 1$, voidaan tuotannon sanoa olevan $100 * D_o$ -prosenttisesti tehokasta. Etäisyysfunktioiden sovelluksia käsitellään kappaleessa 4.

Kuvio 2. Tuotanto- ja panosetäisyysfunktioiden laskeminen



3. TUOTANTOTEKNOLOGIAN DUAALILÄHESTYMISTAPA

Edellä esitetty primaarilähestymistapa perustui oletukseen, että ainoastaan panosten ja tuotosten määristä on havaintoja. Duaalilähestymistapa perustuu olettamukseen, että havaintoja on myös panosten ja/tai tuotosten hinnoista. Käytännön sovellusten kannalta duaalilähestymistavan etu on sen joustavuus. Esimerkiksi duaalifunktioista suoraan määritettävät kysyntäfunktiot yksinkertaistavat huomattavasti analyysijä primaarilähestymistapaan verrattuna. Duaalitarkastelun tuloa tuotantoteoriaan voidaan pitää merkittävimpänä kehityksenä alan kirjallisuudessa viimeisten kahden vuosikymmenen aikana (Chambers 1989). Lähestymistavan keskeisen viitekehyksen esitti Shephard (1953, 1970) ja tärkeinä laajennuksina voidaan pitää teoksia Fuss ja McFadden (1978) ja Färe (1988).

Seuraavassa esitetään kaksi eri käyttäytymishypoteesia ja niihin liittyvät duaalifunktiot. Ensin tarkastellaan tulojen maksimointia annetuilla panosmäärillä ja tämän

jälkeen kustannusten minimointia annetulla tuotantotasolla. Tilan puutteen vuoksi tässä ei käsitellä mm. voittofunktioon liittyvää duaaliteoriaa. Voittofunktiosovellukset ovat olleet kustannusfunktioiden ohella suosituimpia tuotantoteknologian duaalikuvaus- ja niistä on olemassa laaja kirjallisuus.⁵

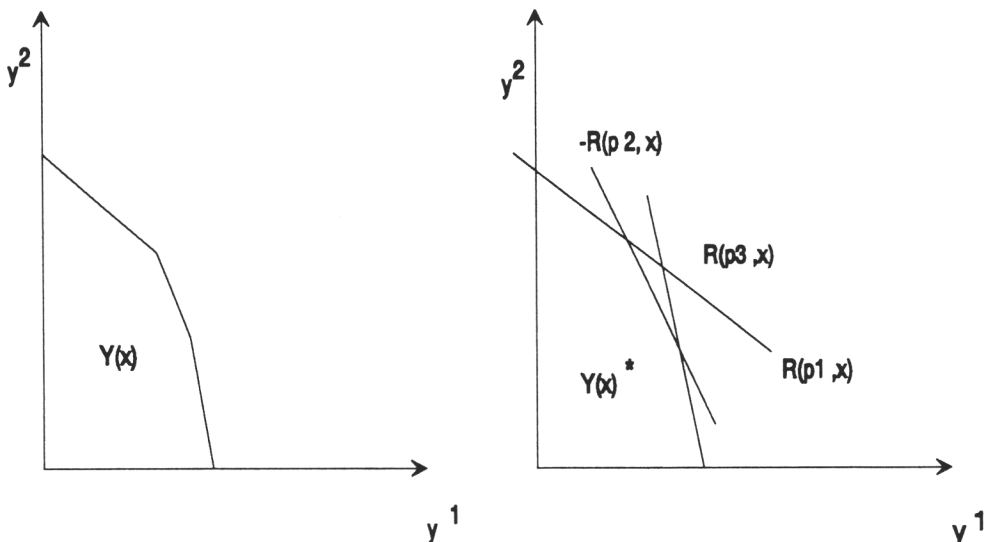
Tulojen maksimointi (revenue maximization) -ongelmaa *annetuilla* panosmäärillä voidaan kuvata tulofunktiolla

$$(7) R(p,x) = \max [py: y \in Y(x)],$$

missä $p \in \mathbb{R}^m$ on tuotannon hintavektori. Jos $Y(x)$ täyttää oletukset Y1-Y5, $R(p,x)$ on ei-vähenevä, positiivisesti lineaarisesti homogeeninen, konvekssi ja jatkuva p :n suhteen, ei-vähenevä x :n suhteen, ei-negatiivinen ja $R = 0$ jos $x = 0$ (ks. Chambers 1988, Färe 1988).

Tulofunktiota voidaan käyttää havainnollistamaan, mitä duaalitarkastelulla tarkoitetaan. Kuviosta 3 voidaan päätellä, että tulofunktio ja tuotosten joukko, $Y(x)$, kuvaavat samaa asiaa kahdelta eri puolelta.

Kuvio 3. Primaari- ja duaalikuvaus tuotantojoukosta $Y(x)$



Kuvion 3 vasemmalla puolella on esitetty tuotantojoukko $Y(x)$ annetulla panosvektorilla x , ts. tuotosten y_1 ja y_2 kombinaatiot, jotka voidaan tuottaa käyttäen panosvektoria x . Oikeanpuoleisessa kuviossa on esitetty tulokäyrät tuotannon eri hinnoilla ja annetulla panosvektorilla x . Esimerkkitapauksessa on käytetty kolmea eri hintaa (p_1 , p_2 ja p_3). Voidaan havaita, että tulokäyrien rajoittama joukko, $Y^*(x)$, vastaa itse asiassa tuotantojoukkoa $Y(x)$.

Tuotantojoukko $Y(x)$ voidaan ilmaista tulofunktion avulla seuraavasti:

$$(8) \quad Y(x) = \{y: py \leq R(p,x) \text{ kaikille } p > 0\},$$

joka kertoo, että kaikki pisteet, joissa tulot ovat pienempiä tai yhtä suuria kuin tulofunktion arvo, muodostavat tuotantoteknologian.

Shephard (1970) on osoittanut, että tulofunktion duaalifunktio on tuotantoetäisyysfunktio. Täsmällisemmin näiden kahden funktion välillä vallitsee seuraavanlainen duaalisuhde:

$$(9a) \quad R(x,p) = \max_y [py: D_o(x,y) \leq 1]$$

$$(9b) \quad D_o(x,y) = \max_p [py: R(p,x) \leq 1]$$

Duaaliteorian mukaan tulofunktio voidaan johtaa tuotantoetäisyysfunktioista maksimoimalla tuloja tuotannon suhteen ja toisaalta tuotantoetäisyysfunktio voidaan johtaa tulofunktioista maksimoimalla tuotantoa tuotteiden hintojen suhteen. Tällä ominaisuudella on keskeinen merkitys mm. tarkasteltaessa saastuttavia tuotantoprosesseja sekä julkisyhteisöjen tuotannon tehokkuutta (ks. kpl.4).

Kustannusten minimointiongelmaa annetulla tuotantotasolla voidaan kuvata alla

esitetyllä kustannusfunktiolla $C(w,y)$:

$$(10) \quad C(w,y) = \min\{wx : x \in V(y)\},$$

missä $w \in \mathbb{R}_+^n$ on panosten hintavektori. Jos $V(y)$ täyttää ominaisuudet V1-V5, seuraa että $c(w,y)$ on positiivinen kaikille $y > 0$, ei-vähenevä, konkaavi ja jatkuva sekä positiivisesti lineaarisesti homogeeninen w :n suhteen ja ei-vähenevä y :n suhteen. Lisäksi $C(w,0) = 0$ (ks. Chambers 1988, Färe 1988). Tuotantopanosjoukko $V(y)$ voidaan esittää kustannusfunktion avulla seuraavasti:

$$(11) \quad V(y) = \{x : wx \geq C(w,y) \text{ kaikille } w > 0\}$$

Shephard (1970) on osoittanut, että kustannusfunktio ja panosetäisyysfunktio ovat toistensa duaalifunktioita. Kustannusfunktion ja etäisyysfunktion duaalisuus voidaan esittää seuraavasti:

$$(12a) \quad C(w,y) = \min_x \{wx : D_i(y,x) \geq 1, w > 0\}$$

$$(12b) \quad D_i(y,x) = \min_w \{wx : C(w,y) \geq 1\}$$

Panosetäisyysfunktio johdetaan kustannusfunktiosta minimoimalla panoshintavektoria panosten määrän suhteen ja toisaalta kustannusfunktio johdetaan panosetäisyysfunktiosta minimoimalla panosmääriä panoshintojen suhteen. Voidaan osoittaa, että D_i :n matemaattiset ominaisuudet x :n suhteen ovat samanlaiset kuin C :n ominaisuudet w :n suhteen, mutta D_i :n ominaisuudet y :n suhteen ovat käänteiset suhteessa C :n ominaisuuksiin y :n suhteen (kts. esim. Diewert 1982). Kustannusfunktion ja panosetäisyysfunktion duaalirelaation sovelluksia tarkastellaan kappaleessa 4.

Vastaavantyyppisen duaalisuussuhteen voidaan osoittaa vallitsevan ns. *epäsuoran - tuotantoetäisyysfunktion* (cost indirect output distance function, ID_o) ja *epäsuoran tulofunktion* (cost indirect revenue function, IR) välillä tai vastaavasti *epäsuoran panos-etäisyysfunktion* (revenue indirect input distance function, ID_i) ja *epäsuoran kustannus-funktion* (revenue indirect cost function, IC) välillä. (esim. Shephard 1970, Färe 1988, Färe ja Primont 1990, Färe, Grosskopf ja Lovell 1992). Funktio ID_o kuvaa tuotosvektori-joukkoa, joka voidaan tuottaa *annetulla budjetilla*, ts. se osoittaa, kuinka paljon voidaan tuottaa, kun kustannukset eivät ylitä tiettyä kiinteää määrää. Toisaalta funktio ID_i kuvaa niitä panosvektoreita, joiden avulla saavutetaan vähintään *määrätyn suuruiset tulot* R . Funktio IR kuvaa yksinkertaisesti tulofunktiota, jossa argumentteina ovat panosten määrien sijasta tuotantokustannuksilla deflatoidut panoshinnat. Funktio IC kuvaa kustannusfunktiota, jossa argumentteina ovat panosten määrien sijasta tuloilla deflatoidut tuotannonhinnat. Alla esitetään esimerkinomaisesti funktioiden IR ja ID_o välinen duaalisuus

$$(13a) \quad IR(w/c, p) = \max_y [p y : ID_o(w/c, y) \leq 1],$$

$$(13b) \quad ID_o(w/c, y) = \max_p [p y : IR(w/c, p) \leq 1],$$

missä c tarkoittaa tuotantokustannuksia. Yhtälöiden (13a ja b) mukaan epäsuora tulofunktio voidaan johtaa epäsuorasta tuotantoetäisyysfunktioista maksimoimalla tuotteiden hintoja tuotannon määrien suhteen, ja toisaalta ID_o voidaan johtaa IR :stä maksimoimalla tuotteiden määriä tuotteiden hintojen suhteen.

Edellä esitettyjen epäsuorien funktioiden käyttö sovelluksissa on hyödyllistä silloin, kun yritys (julkisyhteisö, maatila tms.) toimii joko annetun budjetin puitteissa tai sen tavoitteena on saavuttaa tietty tulomäärä.

4 ETÄISYYSFUNKTIOIDEN SOVELLUKSET

Tässä kappaleessa esitetään lyhyt katsaus kappaleissa 2 ja 3 määriteltyjen etäisyysfunktioiden sovelluksiin tuotantoteoriassa.⁶ Erityisesti esitellään niiden käyttöä yritysten ja julkisyhteisöjen teknisen ja allokatiivisen tehokkuuden analysoinnissa, monituoteyritysten ja saastuttavien tuotantoteknologioiden kuvaamisessa, ja tuottavuusindeksien laskennassa. Lopuksi esitetään lyhyt yhteenveto etäisyysfunktioiden ekonometrisista sovelluksista. Ennen sovelluksia on kuitenkin hyödyllistä esittää lyhyt tiivistelmä etäisyysfunktioiden ominaisuuksista suhteessa konventionaaliin tuotantoteknologia kuvauksiin.

Suhteessa perinteisiin tuotantofunktioihin etäisyysfunktiot mahdollistavat monituoteyrityksen kuvaamisen (kuten kustannus-, voitto- ja tulofunktiokin). Toisaalta etäisyysfunktiot, toisin kuin kustannus-, voitto- ja tulofunktiot, eivät sisällä käyttäytymishypoteeseja (ts. kustannusten minimointi- tai voittojen/tulojen maksimointioletusta). Ne ainoastaan identifioivat tehokkaan (parhaan) teknologian rintaman (frontier). Näin ollen ne mahdollistavat käyttäytymishypoteesien eksplisiittisen testaamisen. Lisäksi luvussa 3 etäisyysfunktioille esitetyt duaalisuustulokset mahdollistavat tuotantopanosten ja tuotosten varjohintojen johtamisen tietyissä tapauksissa, joissa niitä ei voitaisi johtaa perinteisten funktioiden avulla. Edelleen etäisyysfunktiot mittaavat myös tuotannon tehokkuutta täsmällisin kvantitatiivisin mittayksiköin. Toisaalta etäisyysfunktioiden käyttö ei välttämättä edellytä havaintoja panosten ja tuotannon hinnoista, vaan ainoastaan niiden määristä. Lopuksi todettakoon, että etäisyysfunktioista voidaan johtaa panoskysyntäfunktiot (inverse factor demand functions) käyttämällä Shephardin lemman duaalikäsitettä. Samoin niistä voidaan johtaa kaikki perinteiset tuotantoteknologiaa koskevat taloudelliset vaikutukset (economic effects), kuten esim. panoskysyntöjen joustot, skaalatuotot, teknologinen kehitys jne.

Etäisyysfunktioiden edellä esitettyjen hyvien ominaisuuksien vastapainoksi on todettava, että erityisesti niiden ekonometrisiin sovellutuksiin liittyy eräitä ongelmia,

joita ei liity tuotanto-, kustannus-, voitto- ja tulofunktioihin. Ilmeisesti näiden ongelmien vuoksi etäisyysfunktioiden empiiriset sovellutukset ovatkin perustuneet melkein poikkeuksetta deterministisiin lineaarisiin ohjelmointiratkaisuihin. Kuitenkin kahden viime vuoden aikana on tehty myös tiittävästi ensimmäiset ekonometriset sovellutukset (ks. alla). Oletettavaa onkin, että kiinnostus tähän alueeseen kasvaa lähivuosina. Mielenkiintoisia tuloksia on odotettavissa erityisesti ekonometristen tulosten ja lineaaristen ohjelmointimenetelmien (kuten Data Envelopment Analysis) avulla saatujen tulosten vertailusta.

Empiirisissä tuotannon tehokkuutta koskevissa tutkimuksissa on ollut tapana erotella tehottomuuden syyt kolmeen kategoriaan: 1) *tekninen tehottomuus*, 2) *allokatiivinen tehottomuus* 3) "*valkoinen kohina*". Viimeksi mainittu liittyy stokastisissa tutkimuksissa satunnaiseen virhetermiin. Tekninen tehottomuus voi johtua heikosta yrityksen johtamisesta, huonolaatuisista tuotantopanoksista jne. Allokatiivinen tehottomuus on puolestaan seurausta optimointivirheistä, ts. panosten käyttö ei vastaa tilannetta missä panosten rajatuotot ovat yhtä suuria niiden rajakustannusten kanssa. Stokastisten tutkimusten valkoinen kohina voi kuvastaa mm. eksogeenisia shokkeja (esim. säämuutokset, onneen liittyvät tekijät), mittausvirheitä tai virheitä valitussa funktiomuodossa. Seuraavassa esitetään eräitä etäisyysfunktio tarkastelun kannalta keskeisiä tuotannon tehokkuutta käsitteleviä julkaisuja. Todettakoon, että ns. *frontier function* kirjallisuudessa kustannus- ja voittofunktioita on käytetty myös teknisen ja allokatiivisen tehokkuuden tarkasteluun ja tuotantofunktioita teknisen tehokkuuden tutkimiseen (ks. Bauer 1990, Lewin ja Lovell 1990, Gullledge ja Lovell 1992).

Tuotannon tehokkuuteen liittyviä pioneerijulkaisuja on Farrell (1957), jossa esitettiin kirjallisuudessa paljon käytetty ns. Farrelin tehokkuusmittari. Etäisyysfunktioiden antaman tehokkuusmittarin voidaan osoittaa olevan Farrelin mittarin käänteisluku. Näitä ja muita tuotannon tehokkuusmittareita on perusteellisesti käsitelty julkaisussa Färe, Grosskopf ja Lovell (1985) (ks. myös Caves, Christensen ja Diewert 1982).

Empiiriset tuotannon tehokkuustarkastelut ovat edenneet rinnan tuotantoteknologian ei-parametrisen ja lineaarista ohjelmointia hyödyntävän kirjallisuuden kanssa. Ei-parametrisia menetelmiä ovat käsitelleet mm. Afriat (1972), Varian (1984 ja 1990) ja Chambers (1989). Viimeaikaisia esimerkkejä parametrisista ja ei-parametrisista lineaarisen ohjelmoinnin sovellutuksista, erityisesti ns. data envelopment analysis (DEA) -menetelmästä, on julkaisussa Gullede ja Lovell (1992) ja Lewin ja Lovell (1990).

Kappaleessa 2 todettiin, että laskemalla etäisyysfunktion arvo saadaan kvantitatiivinen mittari tekniselle tehokkuudelle. Teoreettinen viitekehys etäisyysfunktioiden soveltamisesta allokatiivisen (hinta) tehokkuuden tarkasteluun on esitetty mm. artikkeleissa Färe ja Grosskopf (1990) ja Färe, Grosskopf, Nelson (1990), joista jälkimmäinen sisältää myös käytännön sovellutuksen sähköntuotantoon (ks. myös Chambers 1989 ja Färe, Grosskopf ja Lovell 1985). Artikkeleissa esitetty lähestymistapa mahdollistaa tehokkuusarvon laskemisen erikseen jokaiselle yksittäiselle yritykselle (julkisyhteisölle). Allokatiivisen tehokkuustarkastelun avulla voidaan päätellä esim. onko yrityksen (julkisyhteisön) käyttäytyminen konsistenttia kustannusten minimoinnin tai voittojen/tulojen maksimoinnin kanssa. Erityisen käyttökelpoinen tämä lähestymistapa on mm. silloin, kun yritysten toimintaa säätelevät esim. ympäristönsuojelurajoitteet tai kun niiden käyttäytymistä ohjaa jokin "ei-taloudellinen" motiivi ja/tai niiden tuotteilla ei ole hintaa (sairaalat, koululaitos tai palvelusektori yleensä). Sama pätee myös, kun yrityksen resurssien kustannukset poikkeavat kilpailullisista markkinahinnoista (esim. monopolit/monopsonit). Mainittakoon lopuksi, että Färe ja Zieschang (1991) tarkastelevat kappaleessa 3 esiteltyjen *epäsuorien* etäisyysfunktioiden erilaisia sovellutuskohhteita tehokkuuden tutkimisessa.

Etäisyysfunktioita käyttävistä tehokkuustarkasteluista, jotka perustuvat deterministiseen lineaariseen ohjelmointiin, mainittakoon mm. Färe, Grosskopf, Lovell ja Yaisawarng (tulossa) sekä Jacobsen ja Paulsen (1991). Färe ym. tutkivat massa- ja paperiteollisuustehtaiden (30 tehtaan poikkileikkausaineisto) tehokkuutta ja vesistö-

päästörajoitteiden vaikutuksia tuotantoteknologiaan käyttämällä translogaritmista tuotantoetäisyysfunktioita. Tutkimuksessa yritykset on mallitettu monituoteyrityksinä, jotka tuottavat "hyvää tuotetta" (sellua ja massaa) ja "pahaa tuotetta" (vesistöpäästöt). Lisäksi yritysten tuotantoteknologia mallitetaan olettamalla heikko tuotosten hävitettävyyden (ks. liite). Käyttämällä hyväksi yhtälöissä (9a) ja (9b) esitettyä etäisyysfunktion ja tulofunktion duaalisuutta Färe ym. laskevat saastepäästöjen varjohinnan. Tutkimuksessa etäisyysfunktion arvot (ts. tekniset tehokkuusarvot) on laskettu kaikille tehtaille. Jacobsenin ja Paulsenin (1991) tutkimus on luonteeltaan oppikirjamainen ja sen tarkoitus on esitellä kuinka eri tavoin etäisyysfunktioita voidaan käyttää tehokkuuden tarkasteluun. Tutkimuksessa etäisyysfunktioiden käyttöä havainnollistetaan tarkastelemalla sikatilojen tehokkuutta Tanskassa (8 maatilan poikkileikkaus).

Eräs etäisyysfunktioiden soveltamiskohteita on ollut tuottavuusindeksien laskeminen. Itse asiassa jo neljä vuosikymmentä sitten ruotsalainen Malmquist (1953) esitti indeksin, joka perustuu etäisyysfunktioihin. Käytännön sovellutuksissa Malmquistin indeksi ja sen eri muotoiset kehitelmät ovat kuitenkin saavuttaneet suosiota vasta viime vuosina.

Malmquistin (1953) indeksi mittasi sitä kulutuksen määrää tietyssä vuonna, joka kuluttajalla tulisi olla, jotta hän saavuttaisi saman hyötytason kuin edellisenä vuonna. Tämä indeksi on kahden etäisyysfunktion suhdeluku, jotka on määritelty kahdelle eri ajanjaksolle. Caves, Christensen ja Diewert (1982) hyödynsivät Malmquistin tuottavuusindeksiä, joka perustuu tuotantopanosten ja tuotannon hintoihin ja määriin ja on kahden panosetäisyysfunktion suhdeluku. Caves ym. oletivat implisiittisesti, että yritykset toimivat tehokkaasti. Nishimizu ja Page (1982) hylkäsivät oletuksen tehokkuudesta, koska sekä teknologinen muutos että muutokset tehokkuudessa voivat aiheuttaa tuottavuuden muutoksia. Färe, Grosskopf, Lidgren ja Roos (1992) kehittivät ei-parametrisen Malmquist-indeksin, joka ottaa eksplisiittisesti huomioon sen, että yritykset voivat toimia tehottomasti ja edellyttää havaintoja ainoastaan panosten ja tuotannon määristä (ks. myös

Färe, Grosskopf ja Lovell 1992). Näin ollen tämä Malmquist-indeksi pystyy erottamaan muutokset tehokkuudessa ja muutokset tuottavuudessa.

Fären ym. (1992) soveltavat kehittämäänsä indeksiä Ruotsin apteekkilaitoksen (julkinen monopoli) kokonaistuottavuuden (total factor productivity) muutosten tarkasteluun vuosina 1980-89. Fixler ja Zieschang (1992) ovat kehittäneet Cavesin ym. (1982) käyttämää tuottavuusindeksiä siten, että myös tuotannon laatutekijät otetaan huomioon ja lisäksi sallitaan sivutuotteita, joiden hinnat voivat olla negatiivisia. Fixler ja Zieschang soveltavat indeksiä amerikkalaisten liikepankkien tuottavuuden tarkasteluun (havaintoina ovat 450 pankkia vuosilta 1984-88).

Lopuksi muutama huomio etäisyysfunktioiden ekonometrisista sovelluksista. Kirjoittajan tietämyksen mukaan ainoat etäisyysfunktioiden ekonometriset sovellukset ovat Lovell, Richardson, Travers ja Wood (1990), Grosskopf, Hayes, Taylor ja Weber (1991), Grosskopf ja Hayes (tulossa), Grosskopf, Hayes ja Hirschberg (1992) ja Grosskopf, Hayes, Taylor ja Weber (1992). Lovell ym. tarkastelevat tulonjakoa, elintasoja ja elämän laatua Australiassa estimoimalla translogaritmisen panos- ja tuotosetäisyysfunktion käyttäen aineistona 1069 ihmisen otosta vuodelta 1987. Grosskopf ym. (1991) tarkastelevat Teksasin osavaltion koululaitosten allokatiivista tehokkuutta estimoimalla panosetäisyysfunktioista johdettuja panoskysyntäfunktioita käyttäen poikkileikkausaineistoa. Grosskopf ja Hayes tarkastelevat Illinoisin osavaltion kunnallisten virkamiesten tehokkuutta ja heidän tuotantopanosten valintaansa estimoimalla yleistetyn Leontief-panosetäisyysfunktion ja siitä johdetut panoskysyntäfunktiot käyttäen 154 kunnan poikkileikkausaineistoa. Grosskopf, Hayes ja Hirschberg (1992) tutkivat Dallasin poliisilaitoksen tehokkuutta estimoimalla translogaritmisen panosetäisyysfunktion käyttäen kuukausittaisia aikasarjaa vuosilta 1977-87. Grosskopfin ym. (1992) tutkimuksessa tarkastellaan Teksasin osavaltion koulujen tehokkuutta estimoimalla translogaritmisen epäsuora tuotosetäisyysfunktio ja siitä johdetut kustannusosuusfunktiot systeeminä käyttäen poikkileikkausaineistoa.

Keskeisenä estimointiin liittyvänä ongelmana etäisyysfunktioissa on se, että etäisyysfunktio saa tehokkaassa pisteessä arvon yksi, jolloin logaritmisien transformaation jälkeen funktion vasen puoli on nolla. Toisaalta esim. tuotantoetäisyysfunktion teoreettinen arvo ei saisi koskaan ylittää ykköstä, mutta kun virhetermin keskiarvo on nolla ja varianssi positiivinen, funktion arvo voi estimoitaessa tulla suuremmaksi kuin yksi. Edellä mainituissa tutkimuksissa on esitetty eri tapoja ratkaista nämä ongelmat. Näiden ongelmien ratkaisussa ja yleensäkin etäisyysfunktioiden estimoinnissa ollaan kuitenkin vasta alkuvaiheessa ja tämän alueen kirjallisuus ilmeisesti kasvaa jatkossa selvästi.

5 PARAMETRISET MALLIT JA JOUSTAVAT FUNKTIOMUODOT

Tässä kappaleessa esitetään lyhyt tiivistelmä tuotantoteknologian kuvaamisessa käytetyistä parametrisista funktioista ja erityisesti niiden valintaan liittyvistä ongelmista. Tämän aihekokonaisuuden tekee tärkeäksi yksinkertaisesti se, että valtaosassa kirjallisuudessa esiintyvistä tuotantoteorian sovelluksista on käytetty parametrisia funktioita. Usein sovelluksissa ei kuitenkaan kiinnitetä riittävästi huomiota valitun parametrin funktionmuodon seurauksiin.⁷ (Luonnollisesti funktiomuodon valintaa koskevat yleiset periaatteet pätevät etäisyysfunktioihin samalla tavalla kuin muihinkin funktioihin).

Aihepiirin keskeisistä julkaisuista voidaan mainita seuraavat: Funktiomuodon valintaa koskevia yleisiä kriteereitä pohditaan jo klassiseksi muodostuneessa Laun (1986) artikkelissa. Aikaisemmasta kirjallisuudesta mainittakoon Blackorbyn, Primontin ja Russellin (1978) suhteellisen kattava esitys. Uusimpien joustavien funktiomuotojen tarkastelua käsitellään mm. artikkeleissa Barnett ym. (1987 ja 1991), Despotakis (1986), Diewert ja Wales (1987) ja Guilkey, Lovell ja Sickles (1983). Edellä mainittuja lähteitä helpommin aiheeseen voi tutustua perehtymällä julkaisuihin Jorgenson (1986), Berndt (1991), Chambers (1988 ja 1989). Suomessa aihepiiriä on tarkastellut väitöskirjassaan

Tenhunen (1990).

Parametristen funktiomuotojen kehittelyn lähtökohtana voidaan pitää vuonna 1928 esitettyä Cobb-Douglas tuotantofunktiota, jonka ominaisuuksiin kuuluvat vakioiset skaalatuotot, neutraali tekninen kehitys ja ykkösen suuruinen substituutiojousto. Seuraava kehitysaskel kirjallisuudessa oli 1960-luvun alussa kehitetty CES-funktio (constant elasticity of substitution), joka salli substituutiojouston poiketa ykkösestä, mutta edellytti sen edelleen olevan vakio. Merkittävä kehitys funktiomuodoissa tapahtui 1970-luvun alussa, jolloin kehitettiin ns. joustavat funktiomuodot (flexible functional forms), esim. translog-funktio ja yleistetty Leontief-funktio.⁸ Näiden funktioiden hyvä ominaisuus on, että ne eivät aseta estimoitaville parametreille mitään *a priori* rajoitteita (homoteettisuus, vakioiset substituutiojoustot tms.)⁹ (Berndt 1991 sisältää hyvän yhteenvedon funktiomuotojen historiallisesta kehityksestä).

Keskeisenä ongelmana funktiomuodon valinnassa on, että mikään teoria tai empiiriset tulokset eivät anna yksikäsitteistä ohjetta valinnalle. Valinta joudutaan tekemään useiden eri kriteereiden perusteella ja käytännössä painotetaan eri kriteereitä tapauksesta riippuen. Tietyt valintakriteerit ovat kehittyneet kuitenkin lähinnä käytännön kokemusten kautta. Laun (1986) mukaan valinnan pitäisi noudattaa seuraavia viittä kriteeriä: 1) teoreettinen konsistenttisuus, 2) käyttökelpoisuuden laajuus (domain of applicability), 3) joustavuus, 4) laskennan (estimoinnin) helppous ja 5) yhdenmukaisuus empiiristen tosiasioiden kanssa.

Teoreettisella konsistenttisuudella tarkoitetaan, että valitun funktiomuodon tulee pystyä kuvaamaan tutkimuksen perustana olevien teoreettisten mallien ominaisuuksia (esim. kustannusfunktion tulee olla homogeeninen astetta yksi, ei-vähenevä ja konkaavi panoshintojen suhteen ja ei-vähenevä tuotannon suhteen). Kriteeri 2) edellyttää, että funktiomuodon tulisi olla hyvin käyttäytyvä mahdollisimman laajalla alueella. Toisin sanoen optimaalinen funktiomuoto täyttäisi teorian asettamat rajoitteet globaalisesti eli jokaisessa aineiston havaintopisteessä. Joustavuuskriteeri edellyttää, että funktion avulla

voidaan estimoida teorian vaatima määrä vapaita parametreja. Kriteeri 4) edellyttää, että funktio olisi mahdollisimman helppo estimoida. Yleensä tämä tarkoittaa, että funktioiden tulisi olla lineaarisia estimoitavien parametrien suhteen ja että valittu funktio ja siitä johdetut muut funktiot (panoskysyntäfunktiot) voidaan esittää eksplisiittisesti suljetussa muodossa (esim. panoskysynät voidaan johtaa eksplisiittisesti käyttäen Hotellingin -ja Shephardin lemmaa). Lisäksi funktion tulee olla parsimoninen (ts. funktiossa on minimimäärä parametreja, jotka tarvitaan taloudellisten vaikutusten tarkasteluun). Viidennen kriteerin mukaan funktion tulisi olla yhdenmukainen esim. Engelin lain (välttämättömyyshyödykkeiden tulojousto on pienempi kuin yksi) tapaisten sääntöjen kanssa. Käytännössä tällaisia yleisesti hyväksytyjä "lakeja" on kuitenkin suhteellisen vähän.

Käytännössä on hankalaa, jollei mahdotonta, löytää funktiomuoto, joka täyttäisi yksiselitteisesti kaikki edellä mainitut viisi kriteeriä. Esimerkiksi ekonometrisissa sovelluksissa suosituimmat funktiomuodot ovat viime aikoina olleet translog- ja yleistetty Leontief-funktio. Empiiristen tulosten perusteella voidaan päätellä, että nämä funktiot täyttävät yleensä hyvin kaikki muut paitsi toisen kriteerin. Ne täyttävät konsistenttisuuskriteerin yleensä paikallisesti, mutta eivät aineiston kaikissa havaintopisteissä. Koska tilastollinen päättely kuitenkin usein perustuu mallin käyttäytymiseen kaikissa havaintopisteissä, globaalien ominaisuuksien puutteellisuus vähentää edellä mainittujen funktiomuotojen käyttökelpoisuutta. Itse asiassa, translog-funktio ja yleistetty Leontief-funktio ovat globaalisesti hyvin käyttäytyviä ainoastaan niiden parametreille asetettujen vahvojen rajoitusten (esim. konkaavisuus) vallitessa. Tällöin kuitenkin menetetään usein joku muista kriteereistä (ks. Chambers 1989). Käytännön kannalta on lohdullista, että vaikka globaali teoreettinen johdonmukaisuus ei toteudu, on kuitenkin olemassa havaintojen joukko, jossa teoreettinen johdonmukaisuus pätee ja se saattaa olla riittävän laaja käytännöllisiin tarkoituksiin. Lau (1986) ehdottaakin, että jos kompromissi joudutaan tekemään jonkun edellä mainitun kriteerin osalta, tulisi sen nimenomaan olla kriteeri 2)

eli globaalisuusominaisuus. Todettakoon kuitenkin, että Barnett, Geweke ja Wolfe (1991) päätyvät hyvin erilaiseen johtopäätökseen kuin Lau. Heidän mukaansa yleistä mallintamisosprosessia tulisi ohjata globaalisuusvaatimus erityisesti silloin, kun mallia käytetään ennustamiseen tai simulointeihin. Lisäksi Barnett ym. ehdottavat, että mallin parametrisoinnin tulisi olla riippuvainen otoksen suuruudesta, ts. mallin teoreettinen joustavuus riippuu käytettävissä olevien havaintojen määrästä.

Edellä mainittujen globaalisten ominaisuuksien puutteellisuus on johtanut myös uusien funktiomuotojen kehittämiseen. Esimerkiksi Gallant (1981) on kehittänyt "Fourier" -funktion, Barnett, Lee ja Wolfe (1987) "Minflex Laurent" -funktion, ja Diewert ja Wales (1987) "yleistetyin McFaddenin-funktion". Vaikka näiden funktioiden globaalisuusominaisuudet poikkeavatkin toisistaan, käyttäytyvät ne hyvin laajemmalla alueella kuin perinteiset joustavat funktiomuodot. Ongelmana näissä uusissa funktiomuodoissa on, että ne yleensä edellyttävät epälineaarista estimointimenettelyä ja ovat useampiparametrisia kuin perinteiset joustavat funktiomuodot, ja tietyissä tapauksissa niiden käyttäminen edellyttää joustavuuskriteeristä luopumista (Chambers 1989, Lau 1986).

Edellämainituista syistä voikin olettaa, etteivät nämä uudet joustavamuotoiset funktiot ainakaan aivan lähitulevaisuudessa saavuttane yhtä laajaa suosiota kuin perinteiset joustavat funktiomuodot (esim. translog- ja yleistetty Leontief-funktio). Toisaalta viimevuosina selvästi yleistyneet ei-parametriset, lineaariset ohjelmointisovellukset näyttäisivät osoittavan, että yksi suosiota saanut ratkaisu globaalisuusongelmaan on hylätä parametriset funktiomuodot. Itse asiassa parametrysten ja ei-parametrysten vaihtoehtojen "väliin" globaalisuusongelman ratkaisemiseksi on ehdotettu myös "semi-ei-parametrista" (seminonparametric) malliratkaisua (Barnett, Geweke ja Wolfe 1991). Barnett ym. estimoivat käyttäen bayesiläistä lähestymistapaa ns. asympotoottisesti ideaalisen mallin, joka perustuu Münz-Szaz sarjan mukaiseen kustannusfunktioon.

Muistutettakoon kuitenkin lopuksi, että ei ole olemassa yhtä parasta parametrisoi-

tua funktiomuotoa kaikkiin tarkoituksiin. Funktiomuodon valinta riippuu myös sovelluskohteesta. Esimerkiksi eksaktit funktiomuodot kuten Cobb-Douglas ja CES voivat olla paras valinta silloin, kun tutkimuksen tavoitteena ei ole substituutiojoustojen johtaminen.

6 JOHTOPÄÄTÖKSET

Kiinnostus tuotantoteoriaan ja sen sovelluksiin koki eräänlaisen sysäyksen 1970-luvun energiakriisien johdosta. Erityisesti duaalilähestymistapa ja joustavat funktiomuodot, jotka mahdollistivat hintainformaation käytön energian ja muiden tuotantopanosten välisen korvautuvuuden tarkastelussa tulivat suosituiksi. Tämän suuntauksen klassisena julkaisuna voidaan pitää Berndtin ja Woodin (1975) tutkimusta (yhteenveto energian kysyntätutkimuksista sisältyy Berndtin 1991 teokseen). Suomessa aihetta ovat tarkastelleet mm. Törmä (1987) sekä Ilmakunnas ja Törmä (1989). Toisaalta eräänä tärkeänä tuotantoteorian sovellusten innoittajana 1980-luvulla on ollut ympäristönsuojelurajoitteiden vaikutusten tutkimus. Nämä rajoitteet asettavat tuotannolle esim. päästörajoitteita ja veroja, joiden vaikutusta erityisesti toimialojen tuottavuuteen on tutkittu käyttäen kustannus- ja voittofunktioita (ks. esim. Conrad ja Morrison 1989, Gollop ja Roberts 1983, Jorgenson ja Wilcoxon 1990). Suomessa aihepiiriä on tarkastellut tuoreessa väitöskirjassaan Uimonen (1992).

Kuluvalla vuosikymmenellä ympäristönsuojelurajoitteiden vaikutusten arviointi on todennäköisesti edelleen yksi keskeinen tuotantoteorian sovelluskohde. Erona aikaisempaan näyttäisivät olevan lähinnä toimialatutkimusten rinnalle tulevat yritysten mikroaineistoon perustuvat tarkastelut. Toinen laaja tuotantoteorian sovelluskohde 1990-luvulla näyttäisi olevan yritysten ja julkisyhteisöjen teknisen ja allokatiivisen tehokkuuden tutkimus (ks. Lewin ja Lovell 1990 ja Gullede ja Lovell 1992). Näihin tarkasteluihin etäisyysfunktio soveltuvat erityisen hyvin. Kasvavaa kiinnostusta aihepiiriin kuvastaa se,

että tehokkuus- ja tuottavuustutkimuksia varten on hiljattain (1990) perustettu oma aikakauskirjakin (*Journal of Productivity Analysis*). Tässä aikakauskirjassa julkaistut tutkimukset osoittavat myös, että yritysten ja julkisyhteisöjen tehokkuusanalyysi tarjoaa mielenkiintoisia mahdollisuuksia kansantaloustieteen mikroteorian ja liikeloustieteen eri alojen yhteistyölle.

Suomessa tuotantoteoriaan perustuva julkisyhteisöjen tehokkuuden tutkimus on ollut suhteellisen vähäistä (esim. Lehto 1990, Talvitie ja Bäckström 1989). Esimerkiksi etäisyysfunktioihin tai ei-parametriseen lineaariseen ohjelmointiin (data envelopment analysis) perustuvia malleja ei Suomessa ole vielä käytetty. Tietävästi determinististä lineaarista ohjelmointi (data envelopment) analyysiä ollaan kuitenkin soveltamassa mm. Valtion taloudellisen tutkimuskeskuksen (VATT) projektissa, jossa tarkastellaan Suomen lukioden tehokkuutta. Toivottavaa olisikin, että esimerkiksi Suomen julkisen sektorin supistamista ja tehostamista koskeva suunnittelu ja päätöksenteko saisi perustaksi myös edellämainitun kaltaista tutkimustietoa.

KIRJALLISUUS

- Afriat, S.N. (1972): Efficiency Estimation of Production Functions, *International Economic Review* 13: 568-98.
- Barnett, W.A., Lee, Y.W. ja Wolfe, M. (1987): The Global Properties of the Two Miniflex Laurent Flexible Functional Forms, *Journal of Econometrics*, vol. 36: 281-298.
- Barnett, W.A., Geweke, J. ja Wolfe, M. (1991): Semionparametric Bayesian estimation of the asymptotic ideal production model, *Journal of Econometrics*, 49: 5-50.
- Bauer, P.W. (1990): Recent Developments in the Econometric Estimation of Frontiers, *Journal of Econometrics* 46: 39-56.
- Berndt, E. (1991): *Practice of Econometrics: Classics and Contemporary*, Addison-Wesley.
- Berndt, E. ja Wood, D. (1975): Technology, Prices and the Derived Demand for Energy, *Review of Economics and Statistics* 57: 259-268.
- Blackorby, C., Primont, D. ja Russell, R. (1978): *Duality, Separability, and Functional Structure: Theory and Economic Applications*, North-Holland.
- Blackorby, C. ja Russell, R.R. (1989): Will the Real Elasticity of Substitution Please Stand Up? (A Comparison of the Allen/Uzawa and Morishima Elasticities), *American Economic Review*, 79: 882-88.
- Caves, D.W., Christensen, L.R. ja Diewert, E. (1982): Economic Theory of Index Numbers and the Measurement of Input, Output, and Productivity, *Econometrica*, vol. 50(6): 1393-1414.
- Chambers, R.G. (1988): *Applied Production Analysis, A Dual Approach*. Cambridge University Press.
- Chambers, R.G. (1989): Recent Developments in Production Economics, *Economic Record*: 243-264.

- Conrad, K. ja Morrison, C.J. (1989): The Impact of Pollution Abatement Investment on Productivity Change: An Empirical Comparison of the U.S., Germany, and Canada. *Southern Economic Journal*, January: 684-698.
- Despotakis, K. (1986): Economic Performance of Flexible Functional Forms, *European Economic Review* 30: 1107-1143.
- Diewert, W.E. (1982): Duality Approaches to Microeconomic Theory, in Arrow, K. and M.D. Intriligator (toim.), *Handbook of Mathematical Economics*, vol. II, North-Holland.
- Diewert, W.E. ja Wales, T.J. (1987): Flexible functional forms and global curvature conditions, *Econometrica* 55: 43-68.
- Dogramaci, A. (1983 toim.): *Developments in Econometric Analyses of Productivity*, Kluwer-Nijhoff, Boston.
- Farrell, M.J. (1957): The Measurement of Productive Efficiency, *Journal of the Royal Statistical Society Series A* 120: 253-90.
- Fixler, D. ja Zieschang, K.D. (1992): Incorporating Ancillary Measures of Process and Quality Change into a Superlative Productivity Index, *Journal of Productivity analysis*, vol. 2, no. 4: 245-267.
- Fuss, M. and D. McFadden (1978 toim.): *Production Economics: A Dual Approach to Theory and Applications*, vol. I and vol. II, North-Holland.
- Färe, R. (1988): *Fundamentals of Production Theory*, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, vol. 311, Berlin: Springer Verlag.
- Färe, R. ja Lehmijoki, U. (1987): On Quasi-Convexity of the Cost Function, *Scandinavian Journal of Economics* 89 (1): 115-118.
- Färe, R. ja Zieschang, D. (1991): Determining Output Shadow Prices for a Cost-constrained Technology, *Journal of Economics (Zeitschrift für Nationalökonomie)*, no. 2: 143-155.
- Färe, R., Grosskopf, S. ja C.A.K. Lovell. (1985): *Measurement of the Efficiency of Production*, Kluwer-Nijhoff, Boston.

- Färe, R. ja Grosskopf, S. (1990): A Distance Function Approach to Price Efficiency, *Journal of Public Economics*: 123-126.
- Färe, R., Grosskopf, S. ja J. Nelson (1990): On Price Efficiency, *International Economic Review*, vol. 31, no. 3: 709-720.
- Färe, R. ja Primont, D. (1990): A Distance Function Approach to Multioutput Technologies, *Southern Economic Journal*, April: 879-891.
- Färe, R., Grosskopf, S. ja C.A.K. Lovell (1992): Indirect Productivity Measurement, *Journal of Productivity Analysis*, 2: 283-298.
- Färe, R., Grosskopf, S., Lindgren, B. ja Roos, P. (1992): Productivity Changes in Swedish Pharmacies 1980-1989: A Non-Parametric Malmquist Approach, *Journal of Productivity Analysis* 3: 85-101.
- Färe, R., Grosskopf, S., Lovell, C.A.K. ja Yaisawarng, S. (tulossa) Derivation of Virtual Prices for Undesirable Outputs: A Distance Function Approach. *Review of Economics and Statistics*.
- Gallant, A.R. (1981): On the bias in flexible functional forms and an essentially unbiased form: the Fourier flexible form. *Journal of Econometrics*, 15: 211-245.
- Gollop, F.M. ja Roberts, M.I. (1983): Environmental Regulations and Productivity Growth: The Case of Fossil-fueled Electric Generation, *Journal of Political Economy*: 654-674.
- Grosskopf, S., Hayes, K., Taylor, L. ja Weber, W. (1991): Allocative Inefficiency in Education, Federal Reserve Bank of Dallas, Research Papers, no. 9118.
- Grosskopf, S., Hayes, K., Taylor, L. ja Weber, W. (1992): Budget Constrained Frontier Measures of Fiscal Equality and Efficiency in Schooling, julkaisematon käsikirjoitus.
- Grosskopf, S., Hayes, K. ja Hirschberg, J. (1992): Fiscal Stress and the Production of Public Safety: A Distance Function Approach, Department of Economics, Southern Methodist University, Working Paper 9215.

- Grosskopf, S. ja Hayes, K. (tulossa). Local Public Sector Bureaucrats and Their Input Choices, *Journal of Urban Economics*.
- Guilkey, D.K., Lovell, C.A.K. ja Sickles, R. (1983): A Comparison of the Performance of Three Flexible Functional Forms, *International Economic Review*, vol. 24: 591-616.
- Gulledge, T.R ja Lovell, C.A.K. (1992, toim.): Special Issue: International Applications of Productivity and Efficiency Analysis, in *Journal of Productivity Analysis*, vol. 3, No.1/2.
- Ilmakunnas, P. (1985): Bayesian estimation of cost functions with stochastic or exact constraints on parameters, *International Economic Review* 26: 111-34.
- Ilmakunnas, P. ja Törmä, H. (1989): Structural Change in Factor Substitution in Finnish Manufacturing, *Scandinavian Journal of Economics* 91(4): 705-721.
- Jacobsen, B. ja Paulsen, L. (1991): Distance Functions in Production Analysis, Working Paper, Department of Economics and Natural Resources, The Royal Veterinary and Agricultural University, Copenhagen.
- Jorgenson, D.W. (1986): Econometric Methods for Modelling Producer Behavior, teoksessa Griliches, Z. and Intriligator, M.D. (toim.) *Handbook of Econometrics*, vol. III, North-Holland.
- Jorgenson, D. ja Wilcoxon, P.J. (1990): Environmental Regulation and U.S. Economic Growth, *Rand Journal of Economics*: 314-340.
- Koskenkylä, H. (1985): Investment Behaviour and Market Imperfections with an Application to the Finnish Corporate Sector, Suomen Pankki, B:38.
- Koskenkylä, H, J. Pekkarinen, A. Räikkönen, ja P. Vartia (1984 toim.): *Sata vuotta Suomalaista Kansantaloustiedettä*, Vammalan Kirjapaino Oy.
- Lau, L.J. (1974): Comment on Diewert, E. "Applications of Duality Theory" teoksessa Intriligator, M.D. and Kendrick, D.A. (toim.), *Frontiers of Quantitative Economics* vol. II, North-Holland.
- Lau, L.J. (1986): Functional Forms in Econometric Model Building, teoksessa Griliches,

- Z. and Intriligator, M.D. (toim.) *Handbook of Econometrics*, vol. III, North-Holland.
- Lehmijoki, U. (1984): Notes on Quasi-Convexity of the Cost Function, *Scandinavian Journal of Economics* 86(3): 385-389.
- Lehto, E. (1990): Productivity in the Finnish Customs, *Finnish Economic Papers*, vol.3: 134-145.
- Lewin, A.Y. ja Lovell, C.A.K. (1990 toim.). Frontier Analysis: Parametric and Nonparametric Approaches. Special issue of *Journal of Econometrics* vol. 46, no. 1/2.
- Lovell, C.A.K., Richardson, S., Travers, P. ja Wood, L.L. (1990): Resources and Functionings: A New View of Inequality in Australia, Department of Economics, University of North Carolina, Working Paper Series, no. 90-8.
- Malmquist, S. (1953): Index Numbers and Indifference Surfaces, *Trabajos de Estadística* 4: 209-242.
- Newman, P. (1987): Gauge Functions, teoksessa Eatwell, J., Milgate, M. ja Newman, P. (toim.), *The New Pelgrave: A Dictionary of Economics*, MacMillan.
- Ollonqvist, P. (1979): Optimal Investment Behaviour in Putty-Clay-Clay Technology, *Acta Academiae Oeconomicae Helsingiensis*, A:28.
- Nishimizu, M. ja Page, J. (1982): Total Factor Productivity Growth, Technological Progress and Technical Efficiency Change: Dimensions of Productivity Change in Yugoslavia, 1965-78, *Economic Journal* 92: 920-36.
- Shephard, R.W. (1953): *Cost and Production Functions*, Princeton University Press.
- Shephard, R.W. (1970): *Theory of Cost and Production Functions*, Princeton University Press.
- Shephard, R.W. (1974): Comment on Diewert, E. "Applications of Duality Theory" teoksessa Intriligator, M.D. and Kendrick, D.A. (toim.), *Frontiers of Quantitative Economics* vol. II, North-Holland.
- Summa, T. (1986): Intra-Industrial Technical Progress and Structural Change, ETLA,

Sarja A11.

- Talvitie, A. ja Bäckström, T. (1989): Analysis of technology of bus firms, *Finnish Economic Papers*, vol. 2: 147-159.
- Tenhunen, L. (1990): The CES and par production techniques, income distribution and the neoclassical theory of production, *Acta Universitatis Tamperensis*, ser. A., vol. 290, Tampere.
- Törmä, H. (1987): Essays in the demand for energy in Finnish manufacturing. *Jyväskylä Studies in Computer, Economics and Statistics 9*, Jyväskylä.
- Uimonen, S. (1992): Pollution Control in the Firm and the Industry: A theoretical study. *Annales Academiae Scientiarum Fennicae 62*.
- Varian, H. (1984): The Nonparametric Approach to Production Analysis, *Econometrica*, vol. 52: 579-597.
- Varian, H. (1990): Goodness-of-Fit in Optimizing Models. *Journal of Econometrics*, 46: 125-140.

Alaviitteet

1. Kansantaloudellisessa yhdistyksessä 1949-82 pidetyistä esitelmistä ainoastaan kaksi käsitteli tuotantoa erään luokituksen mukaan (Koskenkylä ym. 1984 toim.). Tuotanto-teoriaa tai sen sovellutuksia käsitteleviä kansantaloustieteen väitöskirjoja on Suomessa vuoden 1946 jälkeen julkaistu luokittelusta riippuen n. 6-15 (kansantaloustieteen väitöskirjojen kokonaismäärä samalla tarkastelujaksolla on n. 130). Teoreettisista väitöskirjoista mainittakoon Ollonqvist (1979) ja Uimonen (1992) ja empiirisistä Koskenkylä (1985), Summa (1986) ja Törmä (1987). Muista empiirisistä tutkimuksista mainittakoon Ilmakunnas (1985), Ilmakunnas ja Törmä (1989); teoreettisista tutkimuksista Lehmijoki (1984), Färe ja Lehmijoki (1987).

2. Tässä käytetään seuraavanlaista merkintää vektoriepäyhtälöille: Jos merkitään $a \geq b$, tarkoitetaan, että jokainen a :n elementti on vähintään yhtä suuri kuin vastaava b :n elementti ja vähintään yksi a :n elementti on suurempi kuin vastaava b :n elementti. Merkinällä $a \in A$ tarkoitetaan, että a on osa A :ta; merkinällä $a \in A$ tarkoitetaan, että a ei kuulu A :n. Merkinällä $A \subset B$ tarkoitetaan, että A on B :n osajoukko.

3. Itse asiassa jo Shephard (1970, 1974) esitti, että monissa tuotantoteknologian tapauksissa oletukset T4a ja T5a tulisi korvata käyttäen niiden tilalla oletuksia T4b ja T5b (ks. myös Lau 1974). Shephardin (1974) mukaan "...for the future where unwanted outputs of technology are not likely to be freely disposable, it is inadvisable to enforce free disposal of inputs and outputs. Since the production function is a technological statement, all outputs, whether economic goods are wanted or not, should be spanned by the output vector y " (s.205).

4. Tuotanto- ja panosetäisyysfunktioiden ominaisuudet ovat seuraavat (ks. tarkempi kuvaus Färe 1988): (D_01) $x' \geq x$ seuraa $D_0(x',y) \leq D_0(x,y)$ (ts., mitä enemmän panoksia, sitä tehottomampi); (D_02) $y' \leq y$ seuraa $D_0(x,y') \leq D_0(x,y)$ (ts., mitä vähemmän tuotantoa, sitä tehottomampi); (D_03) $D_0(x,y)$ on konvekksi y :n suhteen; (D_04) $D_0(x,\mu y) = \mu D_0(x,y)$ kaikille $\mu > 0$ (ts., positiivinen homogeenisuus); (D_05) $D_0(0,y) = \infty$ kaikille $y \gg 0$ (seuraa no free lunch oletuksesta ja $D_0(x,0) = 0$)

Vastaavasti panosetäisyysfunktiolle pätee: (D_11) $x' \geq x$ seuraa $D_1(y,x') \geq D_1(y,x)$ (ts., mitä enemmän panoksia, sitä tehottomampi); (D_12) $y' \leq y$ seuraa $D_1(y',x) \geq D_1(y,x)$ (ts., mitä vähemmän tuotantoa, sitä tehottomampi); (D_13) $D_1(x,y)$ on konvekksi x :n suhteen; (D_14) $D_1(y,\mu x) = \mu D_1(y,x)$ kaikille $\mu > 0$ (ts., positiivinen homogeenisuus)

5. Kirjallisuudessa tunnetuimpia duaalisuuskäsitteitä ovat tuotanto- ja kustannusfunktion sekä tuotanto- ja voittofunktion väliset duaalisuudet. Keskeisiä julkaisuja, joissa em. relaatioita on tarkasteltu, ovat mm. Shephard (1953, 1970), Fuss ja MacFadden (1978) ja Diewert (1982) (ks. myös Chambers 1988, 1989).

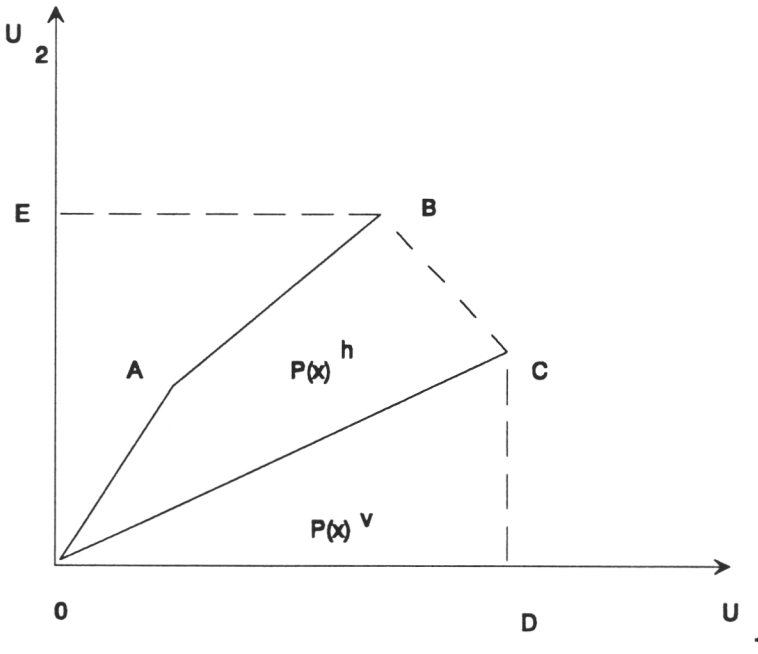
6. Mainittakoon, että etäisyysfunktioita on sovellettu myös kuluttajan teoriassa (ks. esim. Deaton, A. ja Muellbauer, J. (1980): *Economics and Consumer Behavior*, Cambridge University Press, Deaton, A. (1986): *Demand Analysis*, teoksessa Griliches, Z. ja Intriligator, M.D. *Handbook of Econometrics*, vol III, North-Holland).

7. Ei-parametrinen sovellusten hyvä puoli on, että tulokset eivät ole riippuvaisia valitusta funktiomuodosta toisin kuin parametrisissa tarkasteluissa, joissa johtopäätökset pätevät ainoastaan sillä oletuksella, että valittu funktiomuoto on oikea ja siinäkin tapauksessa ainoastaan funktion rajoittamalla alueella. Näin ollen parametrisissa tarkasteluissa on esim. aina kaksi mahdollisuutta miksi tehdyt hypoteesit (kuten separoituvuus, homogeenisuus tai homoteettisuus) voidaan hylätä: hypoteesi voi olla väärä tai valittu funktiomuoto voi olla väärä. Toisaalta ei-parametrinen lineaaristen ohjelmointi tutkimusten heikkoutena on tulosten arvioinnin vaikeus, koska tarkkojen tilastollisten testien laskeminen on hankalaa.

8. Historiallisena yksityiskohtana mainittakoon, että joustavien funktiomuotojen (translog- ja yleistetty Leontief-funktio) ja duaalilähestymistavan kehittäminen 1960 ja 1970-lukujen vaihteessa institutionalisoitui keskeisesti Berkeleyn yliopistoon, Kaliforniaan, jossa tuolloin työskentelivät aihepiirin kanssa mm. Laurits Christensen, Erwin Diewert, Melvyn Fuss, Dale Jorgenson, Lawrence Lau, Daniel McFadden ja Ronald Shephard.

9. Todettakoon tässä yhteydessä, että kirjallisuudessa paljon käytettyyn Allenin osittais-substituutiojouston käsitteeseen liittyy keskeisiä ongelmia (mm. symmetrisyys ja informatiivisuus). Nämä puutteet on selvästi tuotu esille Blackorbyn ja Russellin (1989) artikkelissa. Ominaisuuksiltaan parempana joustokäsitteenä voidaan pitää viime aikoina yleistynyttä Morishiman joustokäsitettä (ks. Blackorby ja Russell 1989).

LIITE Tuotannon vahva ja heikko hävitettävyyys



Yllä olevassa kuviossa esitellään tuotannon heikkoa ja vahvaa hävitettävyyttä oletusta, ts. oletuksia T5b ja T5a (*tuotantopanosten* vahvaa ja heikkoa hävitettävyyttä on käsitelty mm. Fären 1988 teoksessa). Perinteisesti kirjallisuudessa on oletettu vahva hävitettävyyys. Tämän oletuksen keskeinen ongelma on, että se ei mahdollista tiettyjen tuotantoteknologioiden kuvausta, kuten esim. saastuttavien tuotantoprosessien. Esimerkiksi sellun ja paperin tuotannolle on ominaista, että varsinaisen tuotteen valmistuksen yhteydessä syntyy mm. jätevesi- ja rikkipäästöjä, joita ei voi vapaasti hävittää. Yritykset joutuvat käyttämään resurssejaan päästöjen puhdistukseen tai päästöverojen ja korvauksien maksamiseen.

Kuvion vaaka-akselilla kuvataan saastuttavien panosten tuotantoa (esim. jätevesiä), u_1 , ja pystyakselilla varsinaisen tuotteen tuotantoa (paperi), u_2 . Tuotantojoukkoa, jolle pätee tuotannon heikko hävitettävyyys on merkitty $P(x)^h$:llä ja sen määrittävät suorat OA, AB, BC ja CO. Tuotantojoukkoa, jolle pätee tuotannon vahva hävitettävyyys on merkitty

$P(x)^v$:llä ja sen määrittävät suorat OE, EB, BC, CD ja DO. Kuvion perusteella voidaan havaita, että joukko $P(x)^h$ on joukon $P(x)^v$ alajoukko ja että vapaan hävitettävyyden mahdollisuuden puuttuminen voi johtaa tuotannon supistumiseen. Näihin johtopäätöksiin voidaan päätyä esim. tarkastelemalla kuvion pistettä B. Mikäli jäteveden päästöistä ei aiheudu yritykselle kustannuksia, katkoviivalla merkitty alue (EB, BC ja CD) kuvaaisi yrityksen mahdollista tuotantoteknologiaa, ts. yritys voisi vähentää jätevesipäästöjä (u_1) katkoviivan BE mukaisesti. Toisaalta mikäli päästöjen vähentämisestä aiheutuu kustannuksia (ts. resursseja täytyy uhrata puhdistamiseen) katkoviivan BE mukainen päästöjen vähentäminen ei ole enää mahdollista. Yritys ei voi enää tuottaa esim. OE suuruista määrää paperia (u_2), koska osa käytettävissä olevista tuotantopanoksista joudutaan uhraamaan päästöjen (u_1) vähentämiseen. Tällöin mahdollista tuotantoteknologiaa kuvaavat suorat BA tai AO (empiirinen sovellus, jossa käytetään tuotannon heikkoa hävitettävyyden oletusta on esitetty mm. julkaisussa Färe, Grosskopf, Lovell ja Yaisawarng)

ISBN 951-40-1246-1

ISSN 0358-4283

Helsinki 1992
Yliopistopaino