

# Tehokkuus Suomen sulfaattiselluteollisuudessa vuosina 1972–1990:

Ei-parametrisen tehokkuusanalyysin sovellus  
saastuttavaan tuotannonalaan

Mika Hakuni



Metsäntutkimuslaitoksen tiedonantoja 517  
Metsien käytön tutkimusosasto

METSÄNTUTKIMUSLAITOS  
Kirjasto



**TEHOKKUUS SUOMEN  
SULFAATTISELLUTEOLLISUUDESSA  
VUOSINA 1972–1990:**

Ei-parametrisen tehokkuusanalyysin sovellus  
saastuttavaan tuotannonalaan

Mika Hakuni

Metsäntutkimuslaitoksen tiedonantoja 517  
Metsien käytön tutkimusosasto  
Helsinki 1994

Hakuni, M. 1994. Tehokkuus Suomen sulfaattiseluloosateollisuudessa vuosina 1972–1990: Ei-parametrisen tehokkuusanalyysin sovellus saastuttavaan tuotannonalaan. Metsäntutkimuslaitoksen tiedonantoja 517. ISBN 951-40-1384-0. ISSN 0358-4283.

Tutkimuksessa tarkastellaan Suomen sulfaattiseluloosateollisuuden teknistä tehokkuutta vuosina 1972–1990. Tehokkuutta mitataan ns. ei-parametrisen, lineaariseen optimointiin perustuvan menetelmän avulla. Tutkimukselle keskeistä on, että yritysten ympäristöpäästöt huomioidaan tehokkuusmittauksessa.

Aluksi esitetään tarvittava talousteoreettinen tausta. Samalla esitetään ns. heikon hävitettävyyden käsite, jonka avulla ympäristöpäästöt voidaan mallintaa osaksi yritysten tuotantotekniikkaa. Lisäksi määritellään teknisen tehokkuuden käsite, joka laajennetaan koskemaan myös saastuttavia tuotantoprosesseja. Teoriaosuuden jälkeen perehdytään valittuun tutkimusmenetelmään. Menetelmäosassa esitetään ns. ei-parametrinen tekniikkamalli. Lisäksi muodostetaan havaintokohtainen tehokkuusmitta, joka voidaan laskea lineaarisen optimoinnin avulla. Tämän mitan perusteella yritykset voidaan luokitella (teknisesti) tehokkaihin ja (teknisesti) tehottomiin yksiköihin. Lisäksi mahdolliselle (tekniselle) tehottomuudelle saadaan luontevasti tulkittava lukuarvo. Tutkimuksen empiirisessä osassa esitettyä menetelmää sovelletaan kahdeksasta sulfaattiseluloosatehtaasta koostuvaan paneeliaineistoon, jossa vuosittaiset havainnot ovat peräisin ajanjaksolta 1972–1990.

Saaduista tuloksista voidaan päätellä, että koko havaintoaineiston osalta keskimääräinen (tekninen) tehokkuus on ollut 96 %:sta. Toisin sanoen, sulfaattiseluloosatehtaiden keskimääräinen tehokkuustappio on ollut neljän prosenttiyksikön suuruinen ajanjaksolla 1972–1990. Lisäksi selviää tehokkuuseroja havaitaan sekä vuosittain että tehdastasolla. Tutkimuksesta käy myös ilmi, että ympäristöpäästöjen huomioiminen muuttaa oleellisesti saatuja tehokkuuslukuja: tehtaiden tehokkuutta aliarvioidaan, jos ympäristöpäästöjä ei huomioida.

Avainsanat: tehokkuus, metsäteollisuus, saastuttavat tuotantoprosessit

Julkaisija: Metsäntutkimuslaitos, Metsien käytön tutkimusosasto, hanke KT 3013. Hyväksynyt tutkimusjohtaja Aarne Reunala, lokakuu 1994.

Tilaukset: Metsäntutkimuslaitos, Unioninkatu 40 A, 00170 Helsinki, puhelin (90) 857 051, telefax (90) 625 308.

# SISÄLLYS

<b>1 JOHDANTO</b>	<b>5</b>
1.1 Tutkimuksen tarkoitus ja tavoitteet	5
1.2 Tehokkuuskäsitteen rajausta	6
1.3 Tutkittavan toimialan rajausta	8
1.4 Katsaus kirjallisuuteen	9
1.5 Tutkimuksen rakenne	11
<b>2 TUOTANTOTEOREETTISTA TAUSTAA</b>	<b>13</b>
2.1 Tuotantotekniikka	13
2.2 Teknisen tehokkuuden määrittely	21
<b>3 TEHOKKUUDEN MITTAAMINEN: EI-PARAMETRISEN MENETELMÄN ESITTELY</b>	<b>24</b>
3.1 Tutkimusmenetelmän valinnasta	24
3.2 Ei-parametrinen tekniikkamalli	25
3.3 Laajennettu ei-parametrinen tekniikkamalli	29
3.4 Tehokkuusmitoista	33
3.5 Menetelmän arviointia	36
<b>4 TEHOKKUUS SUOMEN SULFAATTISELLUTEOLLISUUDESSA VUOSINA 1972-1990</b>	<b>39</b>
4.1 Havaintoaineistosta	39
4.2 Selluteollisuuden tuotantopanoksista ja lopputuotteista	41
4.3 Käytetyt tekniikkamallit ja tehokkuusmitat	45
4.4 Tehokkuusanalyysin tulokset ja niiden tulkintaa	47
4.4.1 Tehokkuusluvut	47
4.4.2 Vuosittaiset tehokkuusvertailut	52
4.4.3 Tehdaskohtaiset tehokkuusvertailut	54
<b>5 LOPUKSI</b>	<b>56</b>
<b>LÄHTEET</b>	<b>58</b>
<b>LIITTEET</b>	
LIITE 1. Optimointitehtävän (3.9) linearisointi	62
LIITE 2. Tutkimuksen aineisto	64
LIITE 3. Tehokkuusluvut	66
LIITE 4. Matemaattiset merkinnät	70

# SAATTEEKSI

Tutkimus on osa Metsäntutkimuslaitoksen Metsien käytön tutkimusosaston Metsien käyttö ja ympäristö -projektia. Virikkeen tutkimuksen teolle antoi viimeaikoina voimakkaasti kasvanut kiinnostus ei-parametristen mittausten sovelluksiin. Erityisesti tutkimuksen mielenkiinnon kohteena ovat olleet ympäristöpäästöt, jotka mallinnetaan tehokkuustarkastelussa välttämättömänä osana tuotantotekniikkaa, sen erityislaatuina lopputuotteina.

Tutkimus on hyväksytty lokakuussa 1994 Helsingin yliopiston Kansantaloustieteen laitoksen pro gradu -opinnäytetyöksi. Työtä ovat asiantuntevasti ohjanneet prof. Yrjö Vartia ja VTL Lauri Hetemäki, joita haluan kiittää innostavasta suhtautumisesta ja antoisista keskustelutuokioista. Lisäksi VTM Heikki Kauppi on ansiokkaasti kommentoinut työn eräitä kohtia. Haluan myös kiittää DI Elina Karhua, jonka huomautukset ovat osoittautuneet tutkimuksen kannalta erityisen arvokkaiksi.

Metsäntutkimuslaitosta kiitän tutkimuksen julkaisemisesta. Lisäksi työtä on rahoittanut Pohjoismaiden ministerineuvoston NERP-projekti.

Helsingissä, lokakuussa 1994

Mika Hakuni

# 1 JOHDANTO

## 1.1 Tutkimuksen tarkoitus ja tavoitteet

Suomen metsäteollisuus on mielenkiintoinen tutkimuskohde. Se on metalliteollisuuden ohella maamme tärkein vientitulojen hankkija, ja sillä on merkittävä vaikutus Suomen kansantalouden tilaan. Suomi onkin metsäteollisuuden viennistä eniten riippuva maa. Vuonna 1990 metsäteollisuustuotteiden viennin ja tuonnin erotus oli Suomessa 6900 markkaa asukasta kohden; Ruotsissa vastaava luku oli 3700 markkaa ja kolmantena olevassa Kanadassa 2300 markkaa. (*Toropainen 1994, 46.*) Metsäteollisuus on myös suuri resurssien kuluttaja. Se on metsiemme pääkäyttäjä, ja sen osuus kotimaisen sähköenergian kulutuksesta on suuri. Lisäksi metsäteollisuus on yksi Suomen pahimmista ympäristön kuormittajista. Erityisesti vesistöpäästöjen osalta sen ympäristöä pilaava vaikutus on huomattava muihin teollisuudenaloihin verrattuna. (*Wahlström-Reinikainen-Hallanaro 1992, 212-227.*)

Metsäteollisuuden tuotteiden ja tuotantopanosten hinnat määräytyvät pääsääntöisesti markkinoilla, joihin alan yritykset joutuvat sopeutumaan. Siten yritysten on mahdollista parantaa kannattavuuttaan ja kilpailukykyään pääosin vain lisäämällä tuottavuutta eli parantamalla itse tuotantoprosessia. Tuotantoprosessia voidaan parantaa kehittämällä parempaa tuotantovälineistöä tai tehostamalla nykyisen tuotantovälineistön käyttöä. Nämä tekijät – tekninen osaaminen ja tehokkuus – yhdessä määräävät tuotantoprosessin tuottavuuden.<sup>1</sup>

Tässä tutkimuksessa keskitytään tehokkuuden mittaamiseen eli tuottavuuden toiseen osa-alueeseen. Tarkoitus on selvittää metsäteollisuuden toiminnan tehokkuutta vuosina 1972 – 1990. Tarkkaan ottaen tutkimuksessa analysoidaan eri

---

<sup>1</sup> Tuottavuuden jako kahteen osatekijään, tekniseen kehitykseen ja tehokkuuteen, on peräisin *Nishimizu – Pagen (1982)* tutkimuksesta. Nishimizu et al. määrittelevät teknisen kehityksen tuotantomahdollisuuksien muutokseksi. Kaikki muut tuottavuuden muutokset katsotaan tehokkuuden muutoksiksi.

yritysten ns. teknistä tehokkuutta, ja muodostetaan sille yrityskohtainen mitta. Tämän mitan perusteella yritykset voidaan luokitella teknisesti tehokkaisiin ja tehottomiin yksiköihin. Lisäksi mahdolliselle tehottomuudelle saadaan luontevasti tulkittava lukuarvo, jonka avulla teknisen tehottomuuden astetta voidaan arvioida.

Tutkimuksessa käytetty tuotantoteoreettinen viitekehys sekä ei-parametrinen, lineaariseen optimointiin perustuva tutkimusmenetelmä ovat Suomessa vielä verrattain tuntemattomia. Tämän vuoksi niiden yksityiskohtainen esittely on yksi tutkimuksen tärkeimmistä osatavoitteista. Esittelyssä on kiinnitetty erityistä huomiota kahteen seikkaan. Ensinnäkin, käsitteet määritellään täsmällisesti ja huolellisesti, sillä niiden käyttö kirjallisuudessa on vaihtelevaa ja osittain epäselvää. Toiseksi, tutkimusmenetelmän edellyttämät oletukset tuodaan selvästi esille. Näin lukija saa mahdollisimman realistisen kuvan käytetystä tutkimusmenetelmästä. Samalla myös menetelmän vahvuudet ja heikkoudet ovat helpommin eriteltävissä.

Koska tutkittava toimiala saastuttaa ympäristöä, on ympäristöpäästöjen mallintaminen oleellinen osa tutkimuksen sisältöä. Tutkimukselle onkin keskeistä, että nämä ns. ei-toivotut lopputuotteet otetaan huomioon tehokkuusmittauksessa. Tämä, samoin kuin ns. heikon hävitettävyyden käsite ja sen käyttö ympäristöpäästöjen mallinnuksessa, on tietävästi uutta suomalaisessa tehokkuuskirjallisuudessa.

## 1.2 Tehokkuuskäsitteen rajaus

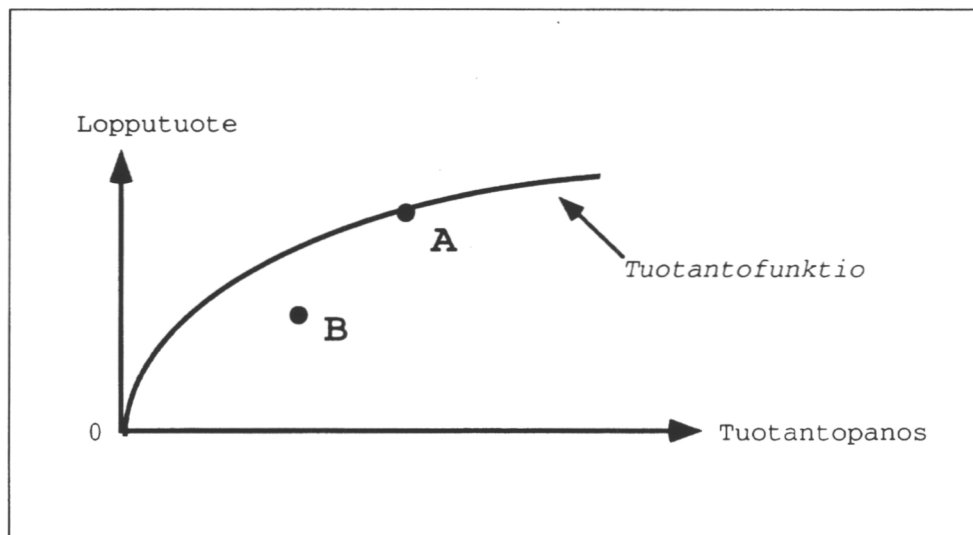
Tuotantoprosessissa tuotannontekijöitä eli tuotantopanoksia muunnetaan hyödykkeiksi eli lopputuotteiksi. Esimerkiksi metsäteollisuudessa tuotantopanoksia ovat mm. työ, raaka-aineet sekä pääoma ja lopputuotteita mm. sellu sekä paperi. Perinteisessä neoklassisessa tuotantoteoriassa tätä tuotantoteknistä riippuvuutta, panosten muuntumista lopputuotteiksi, kuvataan tuotantofunktion avulla. Tuotantofunktio määrää erilaisilla tuotantopanosten yhdistelmillä saavutettavan suurimman mahdollisen lopputuotemäärän. Tämä määritelmä edellyttää,



että tuotanto on teknisesti tehokasta: annetuista tuotantopanoksista tuotetaan aina suurin mahdollinen lopputuotemäärä.

On kuitenkin varsin luontevaa ajatella, että yritykset eivät aina onnistu maksimointitehtävässään. Tällöin tuotanto ei ole suurin mahdollinen ja teknistä tehottomuutta esiintyy. Toisin sanoen, yritysten voimavarat ovat vajaakäytössä eikä kaikkia tuotantomahdollisuuksia hyödynnetä. Esimerkiksi metsäteollisuuden kohdalla tämä voisi tarkoittaa sitä, että yritysten olisi mahdollista lisätä paperin tuotantoa nykyisin voimavaroin. Kuvio 1.1 havainnollistaa teknisen tehokkuuden käsitettä yhden tuotantopanoksen ja yhden lopputuotteen tapauksessa.

**Kuvio 1.1.** Piste A on teknisesti tehokas, sillä tuotantopanoksilla tuotetaan suurin mahdollinen määrä lopputuotetta. Piste B on sitä vastoin tehoton; samalla tuotantopanosmäärällä voidaan tuottaa enemmän lopputuotetta.



On korostettava, että talousteoriassa on useita erilaisia tehokkuuskäsitteitä, joita voidaan käyttää yksittäisen yrityksen toiminnan arvioinnissa. Muita tehokkuuskäsitteitä ovat mm. allokaatiivinen tehokkuus, skaalatehokkuus ja kustannuste-

hokkuus<sup>2</sup>. Tässä tutkimuksessa keskitytään yksinomaan teknisen tehokkuuden käsitteeseen ja termillä tehokkuus tarkoitetaan aina teknistä tehokkuutta.

### 1.3 Tutkittavan toimialan rajaus

Suomen metsäteollisuuteen luetaan sekä sahateollisuus että massa- ja paperiteollisuus. Näin laajan kokonaisuuden kattava käsittely yhden tutkimuksen puitteissa ei ole mielekästä. Tämän takia tutkimuksen kohde on tässä työssä rajattu massateollisuuteen, joka tuottaa paperinvalmistuksessa tarvittavan kuitumassan. Siten sekä sahateollisuus että paperin valmistus on jätetty tämän tutkimuksen ulkopuolelle.

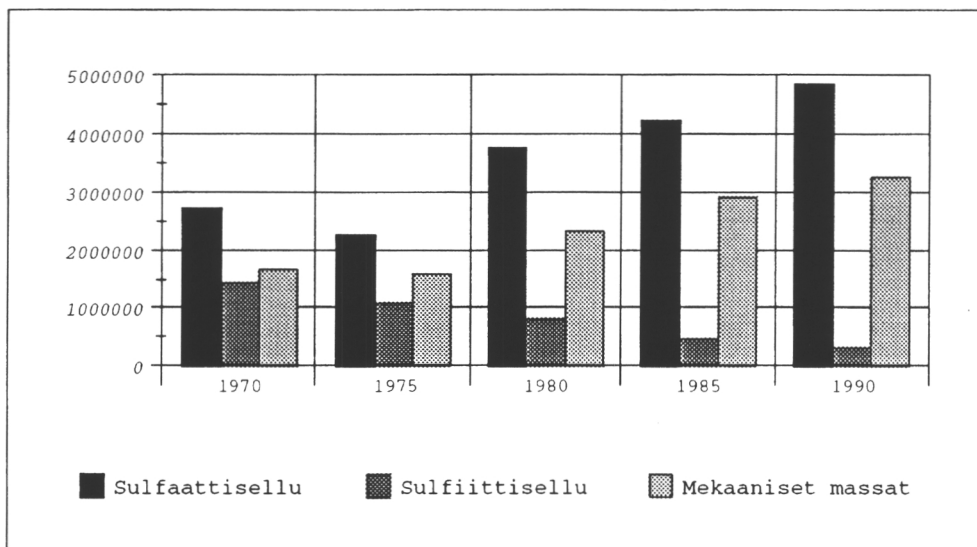
Paperijalosteita valmistetaan toisaalta mekaanisista massoista eli hiokkeesta ja hierteestä sekä toisaalta kemiallisista massoista eli sellusta. Kyseisten massatyyppien valmistus eroaa merkittävästi toisistaan. Tämän vuoksi tutkimusta on rajattu edelleen siten, että mekaanisten massojen valmistus on jätetty kokonaan pois tarkastelusta. Rajaus on mielekäs, koska valtaosa Suomen massatuotannosta on sellun tuotantoa. Tämä ilmenee kuvioista 1.2, jossa eri massatyyppien tuotantomääriä on vertailtu.

Sellua valmistetaan pääsääntöisesti joko sulfiitti- tai sulfaattimenetelmällä. Koska näidenkin tuotantomenetelmien välillä on selkeää eroavaisuutta, on tutkimuksen kohde rajattu pelkästään sulfaattiselutehtaisiin. Käytännössä kyseisen rajauksen merkitys on varsin vähäinen, sillä nykyisin sellua valmistetaan lähes yksinomaan sulfaattimenetelmällä (ks. kuvio 1.2). Siten tutkimuksen perusjoukon muodostavat Suomessa toimivat sulfaattiselutehtaat.

---

<sup>2</sup> Mainituista tehokkuuskäsitteistä enemmän ks. esim. *Førsund-Hjalmarsson (1987)* ja *Färe-Grosskopf-Lovell (1994)*. Vaikka kirjallisuudessa on jonkin verran horjuvuutta erilaisten tehokkuuskäsitteiden käytössä, niin yleensä kustannustehokkuudella tarkoitetaan tilannetta, jossa haluttu lopputuotemäärä tuotetaan minimikustannuksin. Muut tehokkuuskäsitteet määritellään pääsääntöisesti siten, että ne ovat kustannustehokkuuden välttämättömiä edellytyksiä. Toisin sanoen, jos yritys on kustannustehokas on se myös teknisesti tehokas, mutta ei välttämättä päinvastoin.

**Kuvio 1.2.** Sulfaattiselluloosan, sulfiittiselluloosan ja mekaanisten massojen tuotanto Suomessa eräiden vuosien osalta (tonnia vuodessa). (*Metsätilastollinen vuosikirja 1992.*)



## 1.4 Katsaus kirjallisuuteen

Tehokkuuskirjallisuuden pioneerijulkaisuna voidaan pitää *Farrellin* (1957) artikkelia. Siinä on esitetty menetelmä, jonka avulla teknistä ja allokatiivista tehokkuutta voidaan mitata. Farrellin menetelmä on ei-parametrinen, ja se perustuu lineaariseen optimointiin. Menetelmää ovat myöhemmin vieneet eteenpäin mm. *Färe-Grosskopf-Lovell* (1985, 1994). Myös *Charnes-Cooper-Rhodesin* (1978) kehittämä ns. DEA-menetelmä (data envelopment analysis)<sup>3</sup> pohjautuu Farrellin työhön. Lisäksi myös muita menetelmiä on kehitetty. Näistä mainittakoon lineaariseen optimointiin perustuvat parametriset menetelmät. *Lovell* (1993) on erinomainen esitys erilaisista menetelmistä, joita käytetään tehokkuuden mittaamisessa.

<sup>3</sup> DEA-menetelmästä enemmän ks. esim. *Ali-Seiford* (1993), *Førsund* (1992), *Seiford-Thrall* (1990).

Suomessa tehokkuustutkimuksia on alettu tehdä varsinaisesti vasta 1990-luvulla ja niiden määrä on vielä varsin vähäinen. *Summan (1986)* tutkimus on ilmeisesti ensimmäinen Suomessa tehty tuotannon tehokkuutta käsittelevä julkaisu. Siinä on analysoitu tehokkuutta, teknistä kehitystä ja rakennemuutosta Suomen panimoteollisuudessa vuosina 1954-1980. Tutkimuksessa on käytetty ns. johansenilaista putty clay -lähestymistapaa.

Viime aikoina Suomessa julkaistuja tehokkuustutkimuksia ovat mm. *Martikainen (1993)*, *Kirjavainen-Loikkanen (1993)*, *Lilja-Pohjola (1993)*, *Kuussaari (1993)* ja *Luoma-Järviö (1994)*. Näille tutkimuksille yhteistä on, että ne perustuvat DEA-menetelmään. Martikainen käsittelee työvoimatoimistojen tehokkuutta, Kirjavainen ym. käsittelevät päivälukioiden tehokkuutta, Lilja ym. Helsingin kauppakorkeakoulun eri yksiköiden tehokkuutta ja Luoma ym. terveyskeskusten tehokkuutta. Kuussaaren tutkimuksessa on tarkasteltu suomalaisten paikallispankkien tehokkuutta, ja siinä on lisäksi selvitetty paikallispankkien tuottavuutta ns. Malmquistin tuottavuusindeksin avulla.

Tehokkuustutkimuksia toimialoista, joiden tuotannossa syntyy ympäristöpäästöjä, on julkaistu suhteellisen vähän. *Färe-Grosskopf-Pasurka (1986)* ja *Färe-Grosskopf-Pasurka (1989)* käsittelevät tuotannon tehokkuutta sähkövoimalaitoksissa. Ensin mainitussa tutkimuksessa ympäristöpäästöt on mallinnettu heikosti hävitettävänä lopputuotteina. Jälkimmäisessä ympäristöpäästöt on huomioitu sisällyttämällä analyysiin tietoja ympäristönsuojelun kustannuksista. *Färe-Grosskopf-Lovell-Pasurka (1989)* tarkastelevat tehokkuutta paperitehtaisissa. Myös tässä tutkimuksessa ympäristöpäästöt on mallinnettu heikosti hävitettävänä lopputuotteina. Lisäksi edellä mainituissa tutkimuksissa on pyritty selvittämään myös ns. ympäristörajoitteiden tehokuusvaikutuksia.

Tämä tutkimus pohjautuu pääosin *Färe-Grosskopf-Lovell-Pasurkan (1989)* työhön. Kyseiseen tutkimukseen verrattuna on tässä työssä keskitytty enemmän teorian ja menetelmän esittelyyn. Lisäksi tutkimuksissa päädytään hieman erilaisiin tehokkuusmittoihin. Olennaisin ero on kuitenkin aineistossa: Färe et al. käyttävät poikkileikkausaineistoa, kun taas tässä tutkimuksessa käytetään paneeliaineistoa. Paneeliaineisto edellyttää, että tekninen muutos otetaan huomioon

tehokkuusmittauksessa. Käytännössä tämä tapahtuu käyttämällä *Chambersin* (1989, 255 - 256) esittämää progressiivisen teknisen kehityksen oletusta.

## 1.5 Tutkimuksen rakenne

Tutkimuksen rakenne on seuraava. Luvussa 2 esitetään tämän tutkimuksen teoreettinen viitekehys. Koska perinteisessä tuotantoteoriassa ei teknistä tehottomuutta sallita, perustuu tässä tutkimuksessa käytetty viitekehys moderniin tuotantoteoriaan. Keskeistä viitekehyksessä on, että reaaliarvoisen tuotantofunktion käsite laajennetaan joukkoarvoisen tuotantofunktion käsitteeksi, jolloin siitä käytetään termiä tuotantokuvaus. Luvussa 2 esitetään myös heikon hävitetävyyden käsite, jonka avulla yritysten ympäristöpäästöt voidaan luontevalla tavalla mallintaa. Lisäksi luvussa 2 määritellään teknisen tehokkuuden käsite, joka laajennetaan koskemaan myös tuotantoprosesseja, joissa syntyy ympäristöpäästöjä.

Kun tarvittava talousteoreettinen tausta on käsitelty, siirrytään luvussa 3 menetelmän perehdyttämiseen. Aluksi keskustellaan hyvin lyhyesti menetelmistä, joita käytetään tehokkuuden mittaamisessa. Tämän jälkeen perehdytään valittuun, ns. ei-parametriseen, lineaariseen optimointiin perustuvaan tutkimusmenetelmään. Esityksessä menetelmä jaetaan kahteen osaan: paloittain lineaariseen tekniikkamalliin ja tehokkuusmittaan. Tekniikkamalli rakennetaan vaiheittain, jolloin mallin edellyttämät oletukset tulevat selvästi esille. Samalla osoitetaan, että paloittain lineaarinen tekniikkamalli on sopusoinnussa luvussa 2 esitetyn teoreettisen viitekehysten kanssa. Lisäksi muodostetaan teknistä tehokkuutta arvioiva tehokkuusmitta, ja esitetään lineaarinen optimointitehtävä, jonka avulla yrityskohtaiset tehokkuusarvot voidaan laskea. Tämän jälkeen keskustellaan esitetyn menetelmän eduista ja haitoista.

Luku 4 muodostaa tutkimuksen empiirisen osan. Siinä Suomen sulfaattiselutehtaista koostuvaan havaintoaineistoon sovelletaan luvussa 3 esitettyä menetelmää. Havaintoaineisto koostuu vuosittaisista tehdaskohtaisista havainnoista ajanjaksolta 1972-1990 ja sisältää tietoja kahdeksasta eri sulfaattiselutehtaasta. Li-

säksi luvussa 4 perehdytään tarkemmin käytettyyn tutkimusaineistoon ja raportoidaan tehokkuusanalyysin tulokset. Lopuksi luvussa 5 kerrataan tutkimuksen tärkeimmät tulokset.

Kaikkiaan tässä työssä määritellään jonkin verran uutta käsitteistöä. Siten terminologia voi olla vähemmän osuvaa ja siinä saattaa olla runsaastikin muutostarpeita. Kuitenkin käsitteistöä käytetään johdonmukaisesti, ja mahdollisuuksien mukaan käsitteistä esitetään englanninkieliset vastineet. Näin väärinymmärryksen vaara pyritään pitämään mahdollisimman vähäisenä.

## 2 TUOTANTOTEOREETTISTA TAUSTAA

### 2.1 Tuotantotekniikka<sup>4</sup>

Tuotantoprosessissa tuotantopanoksista valmistetaan lopputuotteita. Tekninen osaaminen määrää sen, kuinka tämä valmistus voi tapahtua. Toisin sanoen se, mitä ja miten paljon lopputuotteita tuotantopanoksista voidaan tuottaa, riippuu vallitsevasta tuotantotekniikasta.<sup>5</sup>

Monesti tuotantoprosessi saastuttaa ympäristöä. Nämä ympäristöpäästöt voidaan luontevasti tulkita lopputuotteiksi, sillä ne syntyvät tuotantoprosessin yhteydessä. Siten on mielekäs jakaa lopputuotteet toivotuiksi ja ei-toivotuiksi lopputuotteiksi. Toivotut lopputuotteet ovat varsinaisia lopputuotteita ja ei-toivotut lopputuotteet ympäristöpäästöjä.

Oletetaan, että tuotannossa syntyviä erilaisia toivottuja lopputuotteita on  $p$  kappaletta ja ei-toivottuja lopputuotteita on  $q$  kappaletta. Merkitään toivottuja lopputuotteita vektorilla  $\mathbf{v} = (v_1, v_2, \dots, v_p)$  ja vastaavasti ei-toivottuja lopputuotteita vektorilla  $\mathbf{w} = (w_1, w_2, \dots, w_q)$ . Merkitään lisäksi vektorilla  $\mathbf{u}$  kaikkia lopputuotteita eli  $\mathbf{u} = (\mathbf{v}, \mathbf{w})$ . Oletetaan, että lopputuotteiden valmistukseen käytettäviä erilaisia tuotantopanoksia on  $n$  kappaletta ja merkitään niitä vektorilla  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ . Vapaasti voidaan olettaa, että tuotantopanosten ja lopputuotteiden määrät ovat ei-negatiivisia eli  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}_+^n$  ja  $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^{p+q}_+$ .

---

<sup>4</sup> Tuotantotekniikkaa käsittelevä osuus perustuu Shephardin (1970) ja Fären (1988) teoksiin. Kyseiset teokset ovat perusteellisia mutta varsin teknisiä esityksiä modernista tuotantoteoriasta. Muita hyviä esityksiä ovat mm. Fuss–McFadden (1978), Chambers (1988) ja Chambers (1989). Suomenkielisistä esityksistä mainittakoon Hetemäen (1992a) ja (1992b) artikkelit.

<sup>5</sup> Korostettakoon, että tuotantotekniikka määrää sen, mitä voidaan tuottaa. Päätöksen siitä, mitä tuotetaan vallitsevan tuotantotekniikan puitteissa, tekee luonnollisesti tuotantolaitos eli yritys. Tämä päätös perustuu tuotantopanosten ja lopputuotteiden hintoihin sekä institutionaaliin rakenteisiin.

**Määritelmä 2.1.** Olkoon  $X = \{x \mid x \geq 0\} = \mathfrak{R}_+^n$  ja  $U = \{u \mid u \geq 0\} = \mathfrak{R}_+^{p+q}$ . Tuotosjoukko (output set)  $P(x) \subseteq U$  on joukko, joka sisältää kaikki vaihtoehtoiset lopputuotevektorit  $u \in U$ , jotka on mahdollista tuottaa annetulla tuotantopanosektorilla  $x \in X$ . Toisin sanoen,  $P(x) = \{u \mid x \text{ voi tuottaa } u:n\}$ . (Shephard 1970, 179.)

**Määritelmä 2.2.** Olkoon  $X$  ja  $U$  kuten edellä. Sääntöä, joka kuvaa joukon  $X$  alkioita  $x \in X$  tuotosjoukoiksi  $P(x) \subseteq U$ , kutsutaan tuotantokuvaukseksi  $P$  (production correspondence, output correspondence) ja siitä käytetään merkintää  $P: X \rightarrow 2^U$ . Tuotantokuvaus  $P$  on siis joukkoarvoinen funktio joukosta  $X$  joukon  $U$  osajoukoille. (Shephard 1970, 179.)

Tuotantokuvaus  $P$  on tuotantotekninen riippuvuus. Se kertoo yksinkertaisesti sen, mitä erilaisilla tuotantopanoseyhdistelmillä voidaan tuottaa. Tuotantotekniikkaa voidaan tarkastella myös tuotantokuvauksen  $P$  graafin avulla. Graafi on kokoelma kaikista teknisesti mahdollisista panos–tuotos-yhdistelmistä.

**Määritelmä 2.3.** Tuotantokuvauksen  $P: X \rightarrow 2^U$  graafi on joukko  $T = \{(x, u) \mid x \in X, u \in P(x)\}$ . Jos joukko  $T$  on suljettu, sanotaan että kuvaus  $P$  on suljettu. (Shephard 1970, 181.)<sup>6</sup>

Koska  $P$ :n graafi on joukko, joka sisältää kaikki mahdolliset panos-tuotos-yhdistelmät, kutsutaan sitä usein tekniikkajoukoksi  $T$ . Luonnollisesti pätee, että

$$(2.1) \quad P(x) = \{u \mid (x, u) \in T\}.$$

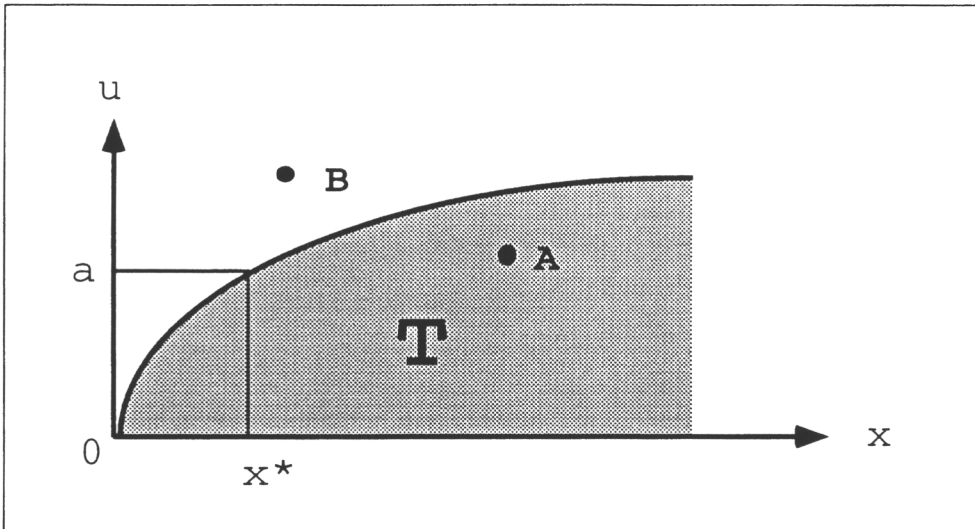
Havainnollistetaan edellä esitettyjä käsitteitä. Kuviossa 2.1 on esitetty kuvitteellinen tuotantokuvaus  $P$  yhden tuotantopanoksen ( $x$ ) ja yhden lopputuotteen ( $u$ ) tapauksessa.  $P$ :n graafi eli tekniikkajoukko  $T$  (varjostettu alue) sisältää siis kaikki sellaiset  $(x, u)$  parit, jotka ovat teknisesti mahdollisia. Esimerkiksi kuvion 2.1 piste  $A$  on tällainen. Teknisesti mahdottomat pisteet, kuten piste  $B$ , eivät siis

<sup>6</sup>Myös termiä kuvaaja voidaan käyttää termin graafi sijasta.



kuulu tekniikkajoukkoon  $T$ . Vastaavasti tuotosjoukkoa – joka on siis luettelo kaikista erilaisista lopputuotemääristä, jotka on mahdollista tuottaa annetulla tuotantopanosmäärällä – voidaan havainnollistaa saman kuvion avulla. Kuvio 2.1 voidaan huomata, että esimerkiksi panosmäärällä  $x^*$  on mahdollista tuottaa enintään  $a$ :n suuruinen määrä lopputuotetta. Koska myös kaikki  $a$ :n alapuolella sijaitsevat ei-negatiiviset lopputuotemäärät on mahdollista tuottaa  $x^*$ :llä, on tuotosjoukko  $P(x^*)$  suljettu väli  $[0, a]$ .

**Kuvio 2.1.** Kuvitteellinen tuotantokuvaus  $P$  yhden tuotantopanoksen ( $x$ ) ja yhden lopputuotteen ( $u$ ) tapauksessa.



Tuotantokuvauksen  $P$  oletetaan täyttävän seuraavassa määritelmässä esitetyt aksioomat, joista keskustellaan myöhempanä. Yksityiskohtaisempia ja matemaattisesti tarkempia esityksiä ovat mm. *Shephard (1970, 185–188)* ja *Färe (1988, 6–8)*.

**Määritelmä 2.4.** Olkoon  $X$  ja  $U$  kuten edellä. Tuotantokuvauksen  $P: X \rightarrow 2^U$  oletetaan täyttävän seuraavat aksioomat.

- (P1) Jos  $u \in U$  ja  $u \neq 0$ , niin  $u \notin P(0)$ .
- (P2)  $P(x)$  on rajoitettu  $\forall x \in X$ .
- (P3)  $P$  on suljettu kuvaus.
- (P4) Jos  $x^* \geq x$ , niin  $P(x) \subseteq P(x^*)$ .
- (P5) (a) Jos  $u \in P(x)$  ja  $0 \leq u^* \leq u$ , niin  $u^* \in P(x)$   
tai  
(b) Jos  $u \in P(x)$  ja  $0 \leq \theta \leq 1$ , niin  $\theta u \in P(x)$ .

Luonnollisesti aksioomista (P1) - (P5) on johdettavissa myös tekniikkajoukkoa koskevat ominaisuudet, jotka on esitetty lauseessa 2.1.

**Lause 2.1.** Aksioomista (P1) -(P4) seuraa, että tuotantokuvauksen  $P: X \rightarrow 2^U$  graafi eli tekniikkajoukko  $T$  täyttää seuraavat ominaisuudet.

- (T1) Jos  $u \geq 0$  ja  $u \neq 0$ , niin  $(0, u) \notin T$ .
- (T2)  $T$  on suljettu
- (T3) Jos  $(x, u) \in T$  ja  $x^* \geq x$ , niin  $(x^*, u) \in T$ .
- (T4) (a) Jos  $(x, u) \in T$  ja  $0 \leq u^* \leq u$ , niin  $(x, u^*) \in T$   
tai  
(b) jos  $(x, u) \in T$  ja  $0 \leq \theta \leq 1$ , niin  $(x, \theta u) \in T$ .

**Todistus:**

- (T1) Ilmeinen.
- (T2) Aksioomasta (P3), sillä määritelmän 2.3 mukaan  $P$  on suljettu, jos  $T$  on suljettu.
- (T3) Aksiooman (P4) mukaan, jos  $u \in P(x)$  niin  $u \in P(x^*)$ , kun  $x^* \geq x$ . Tällöin määritelmän 2.3 mukaan  $(x, u) \in T$  ja  $(x^*, u) \in T$  kun  $x^* \geq x$ .
- (T4) Vastaavasti aksioomasta (P4) ja määritelmästä 2.3.

Aksiooma (P1) on ilmeinen. Se edellyttää, että ilman tuotantopanoksia ei voida tuottaa mitään (ns. no free lunch -aksiooma). Helposti havaitaan, että kuviossa 2.1 esitetty kuvitteellinen tuotantokuvaus P täyttää aksiooman (P1).

Aksioomat (P2) ja (P3) ovat luonteeltaan teknisiä, ja ne takaavat hyvin käyttäytymän maksimin olemassaolon. Aksiooman (P2) mukaan äärellisillä tuotantopanoksilla voidaan tuottaa vain äärellinen määrä lopputuotteita. Lisäksi vaaditaan, että P:n graafi eli tekniikkajoukko T sisältää reunansa pisteet (P3).

Aksioomat (P4) ja (P5) liittyvät hyödykkeiden hävitettävyyteen (disposability). Väljästi sanottuna, tuotantopanokset ovat vahvasti hävitettäviä (aksiooma P4), jos tuotantopanosten hävittäminen ei aiheuta kustannuksia. Vastaavasti lopputuotteet ovat vahvasti hävitettäviä, jos niiden hävittäminen ei aiheuta kustannuksia (P5a). Lopputuotteiden vahva hävitettävyys on usein varsin luonteva, mutta eräissä tapauksissa on mielekkäämpää käyttää ns. lopputuotteiden heikkoa hävitettävyyttä (P5b). Koska eri hävitettävyyskäsitteet ovat tämän työn kannalta erittäin keskeisiä, on niitä pohdittu lyhyesti seuraavassa<sup>7</sup>.

Tuotantopanosten vahva hävitettävyys (P4) edellyttää, että lopputuotemäärä on mahdollista pitää ennallaan vaikka tuotantopanoksia lisätään. Toisin sanoen, jos lopputuoteyhdistelmä  $u$  on mahdollinen panosyhdistelmällä  $x$ , niin kyseinen lopputuoteyhdistelmä on mahdollinen myös  $x$ :ää suuremmilla panosyhdistelmillä. Jos siis esimerkiksi paperitehdas valmistaa 1000 tonnia paperia päivässä, niin tuotantopanosten kaksinkertaistamisen jälkeen tehtaan on mahdollista tuottaa edelleen 1000 tonnia paperia päivässä. Helposti voidaan huomata, että kuvion 2.1 tuotantokuvaus täyttää tuotantopanosten vahvan hävitettävyyden, sillä jokaisesta tekniikkajoukon pisteestä vaakasuoraan oikealle piirretty suora kuuluu tekniikkajoukkoon T.

Lopputuotteiden vahva hävitettävyys (P5a) on analoginen panosten vahvan hävitettävyyden kanssa. Aksiooman (P5a) mukaan lopputuotemäärää voidaan vähentää vaikka tuotantopanosten määrä pidetään ennallaan. Toisin sanoen, jos

---

<sup>7</sup> Mainittakoon, että tuotantopanokset on myös mahdollista olettaa heikosti hävitettäviksi, jolloin ns. tuotannon ruuhkautuminen on mahdollista, ks. esim. *Färe (1988, 6–8)*.

lopputuoteyhdistelmä  $u$  on mahdollinen panosyhdistelmällä  $x$ , niin kaikki  $u$ :ta pienemmät lopputuoteyhdistelmät ovat myös mahdollisia kyseisellä panosyhdistelmällä. Aiemman esimerkin mukaisesti, jos paperitehdas valmistaa 1000 tonnia paperia päivässä, niin tehtaan on mahdollista tuottaa samalla tuotantopanosmäärällä 500 tonnia paperia päivässä. Kuvion 2.1 tuotantokuvauksessa myös lopputuotteet ovat vahvasti hävitettäviä, sillä jokaisesta tekniikkajoukon pisteestä pystysuoraan alaspäin piirretty suora kuuluu tekniikkajoukkoon  $T$ .

Lopputuotteiden vahva hävitettävyys on luonteva, jos kaikki lopputuotteet ovat toivottuja lopputuotteita. Kuitenkin ei-toivottujen lopputuotteiden kohdalla aksiooma (P5a) ei ole mielekäs. Yritys ei voi vähentää saastuttamistaan "heittämällä päästöjään pois", sillä se saattaa joutua käyttämään voimavarojaan päästömääränsä vähentämiseen<sup>8</sup>. Lopputuotteiden heikon hävitettävyuden (P5b) mukaan yhden lopputuotteen vähentäminen on mahdollista ainakin siten, että myös muiden lopputuotteiden määrä vähenee samassa suhteessa, kun tuotantopanokset pidetään ennallaan. Täten esimerkiksi saastemäärän vähentäminen kolmanneksella on mahdollista ainakin siten, että muiden lopputuotteiden määrää vähennetään kolmanneksella. Tällöin yritys siis siirtää voimavarojaan toivottujen lopputuotteiden valmistuksesta saasteiden vähentämiseen. On tärkeää huomata, että lopputuotteiden heikon hävitettävyuden (P5b) kanssa on täysin sopusoinnussa tilanne, jossa esimerkiksi toivottujen lopputuotteiden vähentäminen kolmanneksella vähentää saastuttamista kahdella kolmanneksella tai päinvastoin. Aksiooma (P5b) yksinkertaisesti edellyttää, että lopputuotteiden suhteellinen vähentäminen (kolmannes-kolmannes) on mahdollista tuotantopanosten pysyessä ennallaan, mutta se ei sulje pois muita mahdollisuuksia. Tätä heikon hävitettävyuden käsitettä havainnollistetaan jäljempänä kuvion avulla.

Edellä esitetyn mukaisesti lopputuotteet on siis mielekästä olettaa heikosti hävitettäviksi, mutta toivotut lopputuotteet vahvasti hävitettäviksi. Formaalisti<sup>9</sup>

---

<sup>8</sup> Jos saasteet oletettaisiin vahvasti hävitettäviksi lopputuotteiksi, tarkoittaisi se sitä, että saastemäärän vähentäminen puoleen olisi mahdollista muiden lopputuotteiden ja tuotantopanosten pysyessä ennallaan. Tällöin tehdas siis vähentäisi saastuttamistaan "heittämällä puolet päästöistään pois" – eli syntyisi tilanne, joka tuskin vastaisi todellisuutta.

<sup>9</sup> Ks. esim. *Färe-Grosskopf-Lovell-Pasurka (1989, 92)*.

(2.2) Jos  $(v, w) \in P(x)$  ja  $0 \leq v^* \leq v$ , niin  $(v^*, w) \in P(x)$

ja

(2.3) Jos  $(v, w) \in P(x)$  ja  $0 \leq \theta \leq 1$ , niin  $(\theta v, \theta w) \in P(x)$ .

Vastaavasti (2.2) ja (2.3) voidaan esittää tekniikkajoukon avulla seuraavasti

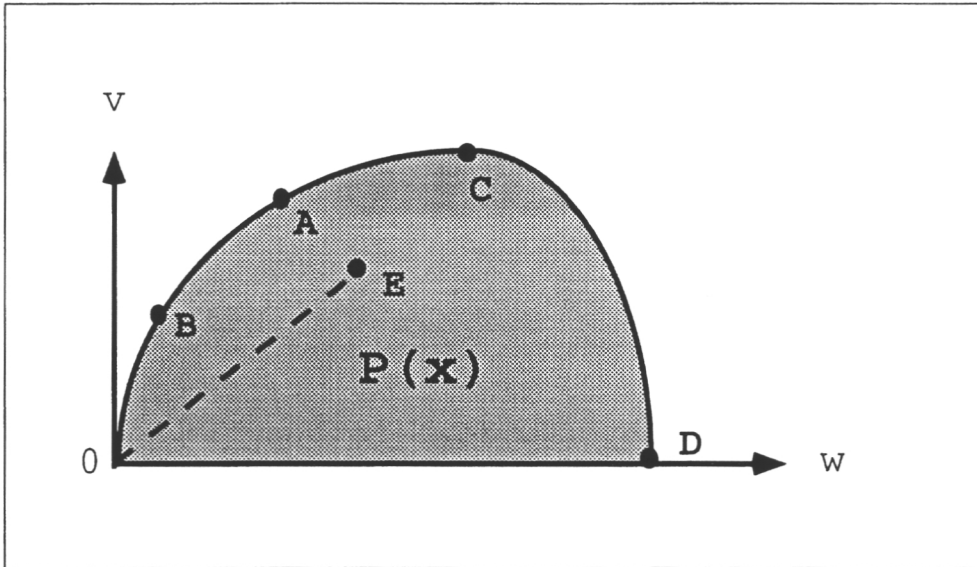
(2.2') Jos  $(x, v, w) \in T$  ja  $0 \leq v^* \leq v$ , niin  $(x, v^*, w) \in T$

ja

(2.3') Jos  $(x, v, w) \in T$  ja  $0 \leq \theta \leq 1$ , niin  $(x, \theta v, \theta w) \in T$ .

Havainnollistetaan edellä esitettyä lopputuotteiden vahvan ja heikon hävitettävyyden käsitteitä tuotosjoukon avulla. Kuviossa 2.2 on esitetty kuvitteellinen tuotosjoukko  $P(x)$  yhden toivotun ( $v$ ) ja yhden ei-toivotun lopputuotteen tapauksessa. Tuotosjoukko – joka siis sisältää kaikki ne  $(v, w)$  -yhdistelmät, jotka voidaan tuottaa  $x$ :llä – rajoittuu ylhäältä yhtenäiseen kaarevaan ja alhaalta koordinaattiakseliin (varjostettu alue). Varmistetaan aluksi, että tuotosjoukko täyttää määritelmän 2.4 aksiooman (P5) siten, että lopputuotteet ovat heikosti hävitettäviä ja toivotut lopputuotteet vahvasti hävitettäviä yhtälöiden (2.2) ja (2.3) tavalla. Heikko hävitettävyyys (2.2) edellyttää, että lopputuotteiden suhteellinen vähentäminen on mahdollista tuotantopanosten pysyessä ennallaan. Tämä tarkoittaa, että minkä tahansa tuotosjoukon pisteen ja origon välinen suora tulee kuulua tuotosjoukkoon. Siten esimerkiksi kuviossa suoran  $OE$  tulee kuulua tuotosjoukkoon, sillä  $E$  on tuotosjoukon piste. Helposti havaitaan, että kaikki kuvitteellisen tuotosjoukon pisteet toteuttavat tämän ehdon. Lisäksi vaaditaan, että toivottu lopputuote ( $v$ ) on vahvasti hävitettävä (2.3):n mukaisesti. Tämä edellyttää, että jokaisen tuotosjoukon pisteestä suoraan alaspäin piirretty suora kuuluu tuotosjoukkoon. Ilmeistä on, että kuvion 2.2 tuotosjoukko täyttää myös tämän ehdon.

**Kuvio 2.2.** Kuvitteellinen tuotosjoukko  $P(x)$  yhden toivotun lopputuotteen ( $v$ ) ja yhden ei-toivotun lopputuotteen eli saasteen ( $w$ ) tapauksessa, jossa lopputuotteet ovat heikosti hävitettäviä ja toivotut lopputuotteet vahvasti hävitettäviä.



Pohditaan lopuksi vielä tuotosjoukon muotoa. Oletetaan, että yritys "sijaitsee" kuvion 2.2 pisteessä A ja se haluaa vähentää saastuttamistaan tuotantopanosten määrää muuttamatta. Tällöin yritys voi siirtyä pisteestä A pisteeseen B eli se voi kohdentaa voimavarojaan toivotun lopputuotteen valmistuksesta saasteiden puhdistamiseen. Saasteiden puhdistuksen seurauksena toivotun lopputuotteen määrä vähenee. Vastaavasti, jos yritys haluaa kiinteällä tuotantopanosmäärällä  $x$  lisätä toivotun lopputuotteen tuotantoa, voi se siirtää voimavarojaan päästöjen puhdistuksesta varsinaisen lopputuotteen valmistukseen. Tällöin yritys siirtyy pisteestä A pisteeseen C, jolloin sekä toivotun lopputuotteen että saasteen määrä lisääntyy. Ääritapauksessa, joka lienee vain teoreettisesti kiinnostava, yritys voi kohdentaa kaikki voimavaransa saasteen tuottamiseen eli siirtyä pisteeseen D.

## 2.2 Teknisen tehokkuuden määrittely

Kuten aiemmin on käynyt esille, talusteoriassa on useita erilaisia tehokkuuskäsitteitä. Tässä työssä keskitytään yksinomaan teknisen tehokkuuden käsitteeseen. Se kuvaa sitä, miten yritys onnistuu hyödyntämään tuotantomahdollisuutensa. Yksinkertaisesti, tuotanto on teknisesti tehokasta, jos annetuista tuotantopanoksista tuotetaan suurin mahdollinen lopputuotemäärä. Kyse on tällöin ns. Koopmans-tehokkuudesta, ja se on formaalisti määritelty seuraavassa.

**Määritelmä 2.5.** Oletetaan, että  $u \in P(x)$ . Piste  $(x, u)$  on Koopmansin mielessä (teknisesti) tehokas, jos ja vain jos  $u^* \notin P(x) \forall u^* \geq u$  ja  $u^* \neq u$ . (Lovell 1993, 10–11.)

Toisin sanoen, tuotanto on Koopmans-tehokasta, jos yhdenkään lopputuotteen määrää ei voida lisätä annetulla panosmäärällä. Koopmans-tehokkuutta voidaan pitää eräänlaisena Pareto-tehokkuuden sovelluksena. Kuitenkin Koopmansin tehokkuuskäsitettä sovelletaan varsin harvoin ja sen sijaan käytetään ns. Farrell-tehokkuuskäsitettä. Tämä johtuu lähinnä siitä, että Farrellin tehokkuuskäsite on käytännön sovelluksissa usein mielekkäämpi. Lisäksi Farrell-tehokkuudella on selkeä yhteys *Shephardin* (1953) kehittämään etäisyysfunktion käsitteeseen<sup>10</sup>: etäisyysfunktio saa arvon yksi, kun tuotanto on Farrellin mielessä tehokasta. (Chambers–Färe–Grosskopf 1994).

**Määritelmä 2.6.** Oletetaan, että  $u \in P(x)$ . Piste  $(x, u)$  on Farrellin mielessä (teknisesti) tehokas, jos ja vain jos  $\delta u \notin P(x) \forall \delta > 1$ . (Lovell 1993, 10–11.)

Määritelmän 2.6 mukaan tuotanto on teknisesti tehokasta, jos kaikkien lopputuotteiden samassa suhteessa tapahtuva lisäys ei ole mahdollinen tuotantopanosten pysyessä ennallaan. Farrellin tehokkuuskäsite on siis Koopmansin tehok-

---

<sup>10</sup>Etäisyysfunktioita kutsutaan joko tuotosetäisyysfunktioiksi (output distance function) tai panosetäisyysfunktioiksi (input distance function) riippuen siitä, miten sen perustana oleva Farrell-tehokkuuskäsite määritellään. Etäisyysfunktioista ja sen ominaisuuksista, ks. esim. Färe 1988, 29–38.

kuuskäsitettä väljempi. Toisin sanoen, jos piste on Koopmans-tehokas on se myös Farrell-tehokas, mutta ei välttämättä päinvastoin.

Määritelmä 2.6 ei kuitenkaan ole mielekäs saastuttavien tuotantoprosessien tapauksessa, sillä se kohtelee toivottuja ja ei-toivottuja lopputuotteita samalla tavalla. Tämän vuoksi teknisestä tehokkuudesta käytetään tässä työssä seuraavaa määritelmää.

**Määritelmä 2.7.** Oletetaan, että  $(v, w) \in P(x)$ . Piste  $(x, v, w)$  on Farrellin mielessä (teknisesti) tehokas, jos ja vain jos  $(\delta v, w) \notin P(x) \forall \delta > 1$ .

Määritelmän 2.7 mukaan tuotanto on teknisesti tehokasta, jos kaikkien toivottujen lopputuotteiden samansuuruinen suhteellinen lisäys ei ole mahdollinen, kun saasteiden ja tuotantopanosten määrä pidetään ennallaan.

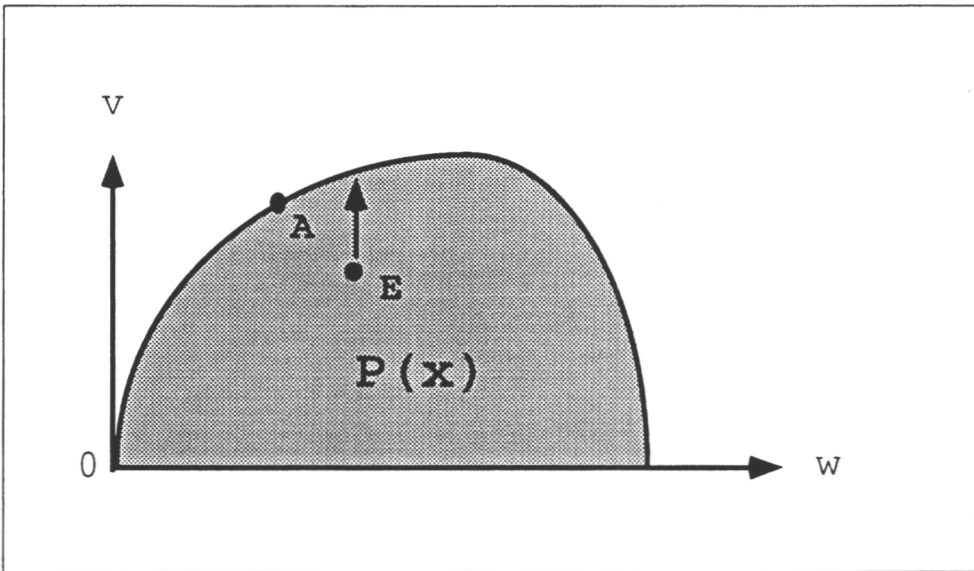
Mainittakoon, että kaikki edellä esitetyt tehokkuusmääritelmät 2.5 - 2.7 ovat sallittuja ja mielekkäitä, sillä tekniset aksioomat (P2) ja (P3) takaavat määritelmien mukaisten tehokkaiden pisteiden olemassaolon. Lisäksi on syytä korostaa, että esitetyt määritelmät ovat ns. lopputuoteperusteisia tehokkuusmääritelmiä. Vastaavasti tehokkuutta on mahdollista tarkastella myös tuotantopanospäristeisesti. Tällöin tuotannon sanotaan olevan Koopmansin mielessä teknisesti tehokasta, jos annettu lopputuotemäärä tuotetaan pienimmällä mahdollisella panosmäärällä. Tämä ns. panospäristein tehokkuus ei välttämättä ole sama kuin lopputuoteperusteinen tehokkuus, eli toiminta voi esimerkiksi olla lopputuotteiden osalta tehokasta, mutta tuotantopanosten osalta tehotonta. Siten esimerkiksi määritelmässä 2.7 on tarkkaan ottaen määritelty Farrellin teknisen tehokkuuden käsite toivotuille lopputuotteille, mutta yksinkertaisuuden vuoksi kutsutaan sitä tässä työssä lyhyesti Farrell-tehokkuudeksi.

Havainnollistetaan viimeksi esiteltyä määritelmää kuvion avulla. Kuviossa 2.3 on esitetty kuvitteellinen tuotosjoukko  $P(x)$  yhden toivotun ( $v$ ) ja yhden ei-toivotun ( $w$ ) lopputuotteen tapauksessa (vrt. kuvio 2.2). Määritelmän 2.7 mukaisesti tuotanto on tehokasta, jos toivottujen lopputuotteiden suhteellinen lisäys ei ole mahdollinen saaste- sekä panosmäärän pysyessä ennallaan. Siten kuviossa



2.2 tuotosjoukon yläreunan pisteet, kuten piste A, ovat Farrell-tehokkaita. Vastaavasti piste E ei ole Farrell-tehokas, koska varsinaisen lopputuotteen määrää voidaan lisätä annetulla panos- sekä saastemäärällä eli pisteestä E suoraan ylöspäin tapahtuva siirtymä on mahdollinen.

**Kuvio 2.2.** Kuvitteellinen tuotosjoukko  $P(x)$  yhden toivotun lopputuotteen ( $v$ ) ja yhden ei-toivotun lopputuotteen ( $w$ ) tapauksessa. Piste A on määritelmän 2.7 mielessä tehokas ja piste E tehoton.



### 3 TEHOKKUUDEN MITTAAMINEN: EI-PARAMETRISEN MENETELMÄN ESITTELY

#### 3.1 Tutkimusmenetelmän valinnasta

Tehokkuuden mittaamiseksi on kehitetty useita erilaisia menetelmiä, joista hyvä yleisesitys on mm. *Lovell (1993)*. Seuraavassa tehokkuuden mittaamista lähestytään kaksivaiheisesti. Ensimmäisessä vaiheessa havaintojen perusteella mallinnetaan tuotantotekniikka eli estimoidaan tuotantokuvaus  $P$ . Tämän jälkeen muodostetaan tehokkuusmitta, jonka avulla tehokkuutta voidaan arvioida. Seuraavassa pohditaan lyhyesti erilaisia tuotantotekniikan mallintamismahdollisuuksia, ja osaluvuissa 3.2 sekä 3.3 esitellään tutkimuksessa käytettävä ns. ei-parametrinen tekniikkamalli. Tehokkuusmitta muodostetaan osaluvussa 3.4.

Yksinkertaistaen voidaan sanoa, että tuotantokuvauksen  $P$  estimointiin voidaan käyttää joko ns. parametrisiä tai ei-parametrisiä menetelmiä<sup>11</sup>. Parametrisissä menetelmissä tuotantokuvauksen oletetaan noudattavan tiettyä ennalta määrättyä funktiomuotoa. Parametristen menetelmien etuna on, että estimoiduille parametreille voidaan usein antaa selkeä tulkinta. Ei-parametrisissa menetelmissä estimoitavan tuotantokuvauksen ei sitä vastoin oleteta noudattavan mitään tiettyä funktiomuotoa. Parametrisistä ja ei-parametrisistä menetelmistä on olemassa erilaisia muunnelmia lähinnä riippuen siitä, onko menetelmässä huomioitu satunnainen virhetermi vai ei. Kuitenkin menetelmien välinen perusero säilyy. Parametrisissä menetelmissä tutkija sitoutuu aina ennalta määrättyyn funktiomuotoon ja saadut tulokset pätevät vain sillä edellytyksellä, että valittu funktiomuoto on oikea.

---

<sup>11</sup> Tuotantotekniikan mallintamista tehokkuustarkasteluissa käsittelevät mm. *Førsund-Lovell-Schmidt (1980)*. Deterministisiä parametrisiä ja ei-parametrisiä menetelmiä tehokkuusmittauksessa vertailevat mm. *Bjurek-Hjalmarsson-Førsund (1990)*.

Tässä tutkimuksessa tuotantokuvauksen estimoinnissa käytetään determinististä, ei-parametristä menetelmää. Menetelmän perustan on esitellyt *Farrell (1957)*, ja se vastaa DEA-menetelmässä ns. tehokkuusrintaman (best practice frontier) muodostamista. Itse asiassa ei-parametrinen menetelmä on eräänlainen aktiiviteettianalyysin sovellus (activity analysis, ks. esim. *Takayma 1974, 45–54*). Menetelmän huomattavana etuna voidaan pitää sen ei-parametrisuutta. Etu ei kuitenkaan ole ilmainen. Menetelmässä ei huomioida satunnaista virhetermiä eli menetelmä on deterministinen. Menetelmän etuihin ja haittoihin palataan paremmin tämän luvun lopussa. Tätä ennen muodostetaan tehokkuusmitta ja esitetään lineaarinen optimointitehtävä, jonka avulla tehokkuusmitan arvot voidaan laskea.

### 3.2 Ei-parametrinen tekniikkamalli

Oletetaan, että käytettävissä on  $K$  havaintoa lopputuotteiden sekä tuotantopanosten määristä. Havaintojen oletetaan olevan peräisin samalta ajanjaksolta eli esimerkiksi vuosittaisia havaintoja  $K$ :sta eri yrityksestä. Aiemman mukaisesti oletetaan, että tuotantopanoksia on  $n$  kappaletta, toivottuja lopputuotteita  $p$  kappaletta ja ei-toivottuja lopputuotteita on  $q$  kappaletta. Merkitään yksittäistä havaintoa  $(\mathbf{x}^i, \mathbf{u}^i)$ :llä, jossa  $\mathbf{u}^i = (\mathbf{v}^i, \mathbf{w}^i)$ . Lisäksi vaaditaan, että aineisto täyttää seuraavat säännöllisyys ehdot.

$$(I) \quad \mathbf{x}^i = (x_1^i, x_2^i, \dots, x_n^i) > \mathbf{0} \quad \forall i = 1, \dots, K.$$

$$(II) \quad \mathbf{v}^i = (v_1^i, v_2^i, \dots, v_p^i) > \mathbf{0} \quad \forall i = 1, \dots, K.$$

$$(III) \quad \mathbf{w}^i = (w_1^i, w_2^i, \dots, w_q^i) > \mathbf{0} \quad \forall i = 1, \dots, K.$$

Säännöllisyys ehdot siis edellyttävät, että kaikki havainnot ovat aidosti positiivisia. Toisin sanoen, havaintoaineiston yritykset käyttävät kaikkia tuotantopanoksia ja valmistavat kaikkia lopputuotteita.<sup>12</sup>

<sup>12</sup> Esitettyjä säännöllisyys ehtoja voidaan lieventää, ks. *Shephard (1970, 284)*.

Ei-parametrisessä menetelmässä havainnoista muodostetaan paloittain lineaarinen tuotantokuvaus (piecewise linear output correspondence). Tätä paloittain lineaarista tuotantokuvausta kutsutaan usein viite- eli referenssitekniikaksi<sup>13</sup>. Paloittain lineaarisen tuotantokuvauksen muodostaminen esitetään seuraavassa vaiheittain, jolloin tehdyt oletukset tulevat selkeästi esiin.

**Oletus 1.** Kaikki havainnot  $(x^i, u^i)$ ,  $i = 1, \dots, K$ , ovat teknisesti mahdollisia (deterministisyysoletus). Eli

$$(3.1) \quad P(x) = \{u \mid u = u^i, x = x^i, i = 1, \dots, K\}.$$

Oletus 1 yksinkertaisesti edellyttää, että panosmäärällä  $x^i$  voidaan aina tuottaa lopputuotemäärä  $u^i$ . Mitään satunnaisuutta ei siis sallita. Lisäksi implisiittisesti oletetaan, että kaikki tuotantoprosessissa tarvittavat "oikeat tuotantopanokset" ja prosessissa syntyvät "oikeat lopputuotteet" on otettu huomioon.

**Oletus 2.** Havaintopisteiden väliset konveksit lineaarikombinaatiot ovat teknisesti mahdollisia (konveksisuusoletus). Eli

$$(3.2) \quad P(x) = \left\{ u \mid u = \sum_{i=1}^K z_i u^i, x = \sum_{i=1}^K z_i x^i, \sum_{i=1}^K z_i = 1, z_i \geq 0 \forall i \right\}.$$

Oletuksen 2 mukaan tuotannon suhteellinen skaalaus havaintopisteiden välillä on mahdollista. Toisin sanoen edellytetään, että tuotantopanosmäärällä  $\alpha x^i + (1 - \alpha)x^j$  voidaan tuottaa lopputuotemäärä  $\alpha u^i + (1 - \alpha)u^j$  ( $0 \leq \alpha \leq 1$ ,  $i, j = 1, \dots, K$ ). Tämä tarkoittaa sitä, että tekniikkajoukon oletetaan olevan konvekssi joukko. On korostettava, että konveksisuusoletus on ei-parametrisen menetelmän ominaisuus siinä mielessä, että se ei seuraa tuotantotekniikkaa koskevista aksioomista (P1)-(P5)<sup>14</sup>.

<sup>13</sup> Hyvä katsaus erilaisiin viitetekniikkamalleihin on *Grosskopf (1986)*.

<sup>14</sup> Konveksisuusoletuksesta voidaan eräissä tapauksissa luopua, ks. esim. *Tulkens (1993)*. Kuitenkin tällöin heikon hävitettävyyden huomioiminen ei ole mielekkäällä tavalla mahdollista. Konveksisuusoletuksesta luopumista käsittelee myös *Petersen (1990)*.

Jotta tekniikkamalli (3.2) täyttäisi hävitettävyyssaksoomat (P4) ja (P5a), on yhtälörajoitteet korvattava epäyhtälörajoitteilla (samalla panosmäärällä voidaan tuottaa myös vähemmän lopputuotteita ja sama lopputuotemäärä voidaan tuottaa suuremmalla panosmäärällä). Siten kolmas ei-parametrinen mallia koskeva oletus on hävitettävyysoletus.

**Oletus 3a.** Tuotantopanokset sekä lopputuotteet ovat vahvasti hävitettäviä (hävitettävyysoletus). Eli

$$(3.3) \quad P^{VRS}(x) = \left\{ \mathbf{u} \mid \mathbf{u} \leq \sum_{i=1}^K z_i \mathbf{u}^i, \quad \mathbf{x} \geq \sum_{i=1}^K z_i \mathbf{x}^i, \quad \sum_{i=1}^K z_i = 1, \quad z_i \geq 0 \quad \forall i \right\}.$$

Näin on muodostettu ei-parametrinen, paloittain lineaarinen tuotantokuvaus (3.3). Mallissa esiintyvää vektoria  $\mathbf{z} = (z_1, z_2, \dots, z_K)$  sanotaan usein intensiteetti-vektoriksi. Kuitenkin on mielekkäämpää kutsua sitä tässä yhteydessä skaalavektoriksi, sillä se "skaalaa havaintoja". Koska mallissa (3.3) skaalaus on sallittu vain havaintopisteiden välillä, kutsutaan mallia muuttuvien skaalatuottojen malliksi eli VRS-malliksi (*Färe-Grosskopf-Lovell 1994, 49-51*). Usein edellytetään lisäksi, että ei-parametrinen malli täyttää seuraavan lisäoletuksen 4.

**Oletus 4.** Havaintopisteiden väliset mielivaltaiset positiiviset lineaarikombinaatiot ovat teknisesti mahdollisia (homogeenisuusoletus). Eli

$$(3.4) \quad P^{CRS}(x) = \left\{ \mathbf{u} \mid \mathbf{u} \leq \sum_{i=1}^K z_i \mathbf{u}^i, \quad \mathbf{x} \geq \sum_{i=1}^K z_i \mathbf{x}^i, \quad z_i \geq 0 \quad \forall i \right\}.$$

Malli (3.4) eroaa mallista (3.3) skaalavektorin rajoitteiden osalta. Mallissa (3.4) havaintopisteiden mielivaltainen suhteellinen skaalaus on sallittu. Toisin sanoen edellytetään, että tuotantopanosmäärällä  $\alpha \mathbf{x}^i$  voidaan tuottaa lopputuotemäärä  $\alpha \mathbf{u}^i$  ( $t \geq 0, i = 1, \dots, K$ ). Tämän vuoksi mallia (3.4) kutsutaan vakioisten skaala-

tuottojen malliksi eli CRS-malliksi (*Färe-Grosskopf-Lovell 1994, 49–51*).<sup>15</sup> On selvää, että vakioisten skaalatuottojen oletus on usein tarpeettoman voimakas ja pääsääntöisesti on mielekkäämpää käyttää VRS-mallia (3.3).

Paloittain lineaarisille tuotantokuvauksille (3.3) ja (3.4) pätee seuraava lause.

**Lause 3.1** Paloittain lineaariset tuotantokuvaukset (3.3) ja (3.4) täyttävät määritelmän 2.4 aksioomat (P1)–(P4) ja (P5a).

**Todistus:**

Todistetaan lause 3.1 CRS-mallin (3.4) osalta (ks. esim. *Färe 1988, 44 - 45* tai *Shephard 1970, 285 - 286*).

(P1) Olkoon  $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ . Tällöin säännöllisyys ehdosta (I) seuraa, että  $\mathbf{z} = \mathbf{0}$ , jolloin myös  $\mathbf{u} = \mathbf{0}$ . Eli  $\mathbf{u} \notin P(\mathbf{0})$  jos  $\mathbf{u} \neq \mathbf{0}$ .

(P2) Säännöllisyys ehdosta (I) seuraa, että joukko  $Z(\mathbf{x}) = \{\mathbf{z} \mid \sum_i z_i \mathbf{x}^i \leq \mathbf{x}\}$  on rajoitettu  $\forall \mathbf{x}$ . Siten myös joukko  $\{\mathbf{u} \mid \mathbf{u} \leq \sum_i z_i \mathbf{u}^i, \mathbf{z} \in Z(\mathbf{x})\}$  on rajoitettu.

(P3) Sivuutetaan. Ks. esim. *Färe (1988, 45)* tai *Shephard (1970, 286)*.

(P4) Olkoon  $\mathbf{x}^* \geq \mathbf{x}$ . Tällöin  $Z(\mathbf{x}) = \{\mathbf{z} \mid \sum_i z_i \mathbf{x}^i \leq \mathbf{x}\} \subseteq \{\mathbf{z} \mid \sum_i z_i \mathbf{x}^i \leq \mathbf{x}^*\} = Z(\mathbf{x}^*)$ . Siten  $\{\mathbf{u} \mid \mathbf{u} \leq \sum_i z_i \mathbf{u}^i, \mathbf{z} \in Z(\mathbf{x})\} \subseteq \{\mathbf{u} \mid \mathbf{u} \leq \sum_i z_i \mathbf{u}^i, \mathbf{z} \in Z(\mathbf{x}^*)\}$  ja  $P^{\text{CRS}}(\mathbf{x}) \subseteq P^{\text{CRS}}(\mathbf{x}^*)$ .

(P5) Ilmeinen seuraus epäyhtälörajoitteesta  $\sum_i \mathbf{u}^i \geq \mathbf{u}$ .

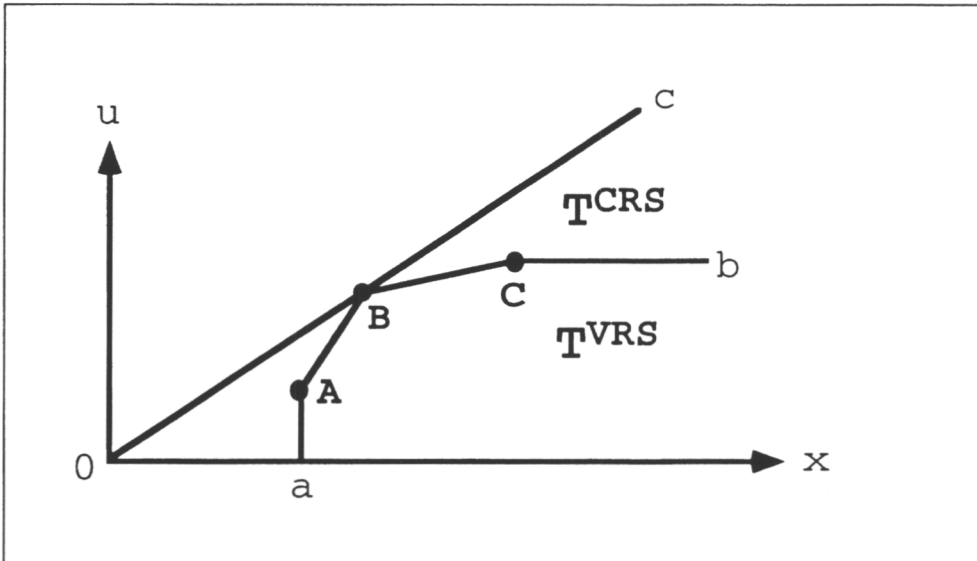
Mallin (3.3) osalta lauseen 3.1 todistus on analoginen.

Havainnollistetaan esitettyjä malleja kuvion 3.1 avulla. Oletetaan, että käytettävissä on kolme havaintoa (A, B ja C) tuotantotekniikasta, jossa yhdestä tuotantopanoksesta ( $\mathbf{x}$ ) valmistetaan yhtä lopputuotetta ( $\mathbf{u}$ ). Oletuksen 1 mukaisesti havainnot A, B ja C kuuluvat tuotantotekniikkaan. Oletuksesta 2 seuraa, että havaintojen konveksit lineaarikombinaatiot, eli suorat AB, BC ja AC, kuuluvat tekniikkajoukkoon. Oletus 3a edellyttää, että suorien alla olevat pisteet samoin kuin suorien oikealla olevat pisteet kuuluvat tuotantotekniikkaan. Toisin sano-

<sup>15</sup> Vastaavasti skaalavektorin rajoitteita muuttamalla voidaan muodostaa erilaisia skaala-ehjoja täyttäviä paloittain lineaarisia tuotantokuvauksia. *Färe-Grosskopf-Lovell (1994)* esittävät lisäksi ei-kasvavien skaalatuottojen ja ei-vähenevien skaalatuottojen mallit.

en, VRS-mallin (3.3) tuottama tekniikkajoukko rajoittuu ylhäältä suoriin  $aA$ ,  $AB$ ,  $BC$ ,  $Cb$  ja alhaalta  $x$ -akseliin. Vastaavasti CRS-mallin (3.4) tuottama tekniikkajoukko rajoittuu ylhäältä suoraan  $Oc$  ja alhaalta  $x$ -akseliin.

**Kuvio 3.1.** Paloittain lineaaristen tekniikkamallien (VRS- ja CRS-mallit) muodostaminen havainnoista A, B ja C.



### 3.3 Laajennettu ei-parametrinen tekniikkamalli

Edellä esitettiin paloittain lineaarisen tekniikkamallin muodostaminen. Malleja (3.3) ja (3.4) voidaan pitää perusmalleina, jotka ovat usein sellaisinaan sovellettavissa. Nämä ovatkin kirjallisuudessa yleisimmin esiintyvät mallit. Kuitenkin eräissä tapauksissa malleja on laajennettava. Seuraavassa esitetään kaksi laajennusta, joista ensimmäinen asettaa lopputuotteet heikosti hävitettäväksi ja toinen mahdollistaa teknisen muutoksen huomioimisen.

Malleissa (3.3) ja (3.4) sekä tuotantopanokset että lopputuotteet oletettiin vahvasti hävitettäviksi. Luvussa 2 käydyn keskustelun perusteella tämä ei ole mielekäs oletus, jos tuotannossa syntyy ei-toivottuja lopputuotteita. Tämän vuoksi oletus 3a on korvattava lievemällä oletuksella 3b.

**Oletus 3b.** Lopputuotteet ovat heikosti hävitettäviä, mutta tuotantopanokset ja toivotut lopputuotteet ovat vahvasti hävitettäviä (hävitettävyysoletus).

Tällöin oletukset 1, 2 ja 3b täyttävä malli saa muodon

$$(3.5) \quad P^{VRS}(x) = \left\{ \begin{array}{l} (\mathbf{v}, \mathbf{w}) \mid \mathbf{v} \leq \sum_{i=1}^K \theta z_i \mathbf{v}^i, \quad \mathbf{w} = \sum_{i=1}^K \theta z_i \mathbf{w}^i, \\ \mathbf{x} \geq \sum_{i=1}^K z_i \mathbf{x}^i, \quad \sum_{i=1}^K z_i = 1, \quad z_i \geq 0 \forall i, \quad 0 \leq \theta \leq 1 \end{array} \right\}.$$

Malli (3.5) on siis VRS-malli, joka täyttää lopputuotteiden osalta aksiooman (P5b) ja toivottujen lopputuotteiden osalta aksiooman (P5a). Vastaavasti oletuksista 1,2, 3b ja 4 muodostettu CRS-malli on

$$(3.6) \quad P^{CRS}(x) = \left\{ \begin{array}{l} (\mathbf{v}, \mathbf{w}) \mid \mathbf{v} \leq \sum_{i=1}^K \theta z_i \mathbf{v}^i, \quad \mathbf{w} = \sum_{i=1}^K \theta z_i \mathbf{w}^i, \\ \mathbf{x} \geq \sum_{i=1}^K z_i \mathbf{x}^i, \quad z_i \geq 0 \forall i, \quad 0 \leq \theta \leq 1 \end{array} \right\}.$$

Malleille (3.5) ja (3.6) pätee seuraava lause.

**Lause 3.2.** Paloittain lineaariset tuotantokuvaukset (3.5) ja (3.6) täyttävät määritelmän 2.4 aksioomat (P1)-(P5b) siten, että lopputuotteet ovat heikosti hävitettäviä (P5b), mutta toivotut lopputuotteet ovat vahvasti hävitettäviä (P5a).



**Todistus:**

Aksioomien (P1) - (P4) osalta todistus vastaava kuin lauseen 3.1. Lopputuotteiden heikko hävitettävyys on ilmeinen seuraus rajoitteista  $\sum \theta z_i v^i = v$ ,  $\sum \theta z_i w^i = w$ ,  $0 \leq \theta \leq 1$ . Vastaavasti toivottujen lopputuotteiden vahva hävitettävyys seuraa rajoitteesta  $\sum \theta z_i v^i \geq v$  asettamalla  $\theta = 1$ .

Aiemmin oletettiin, että havainnot ovat peräisin samalta ajanjaksolta. Oletetaan nyt, että K:sta eri yrityksestä on lisäksi käytettävissä T aikasarjahavaintoa. Toisin sanoen, havainnot muodostavat  $T \times K$  ulotteisen paneeliaineiston. Tehdään aineistosta samat oletukset kuin aiemmassa osaluvussa ja merkitään yksittäistä havaintoa  $(x^{it}, v^{it}, w^{it})$ :llä, jossa siis  $i = 1, \dots, K$  ja  $t = 1, \dots, T$ . Viimeinen eiparametrinen mallia koskeva oletus 5 liittyy ajassa tapahtuvaan tekniseen muutokseen.

**Oletus 5.** Kaikki havainnot  $(x^{it}, v^{it}, w^{it})$ ,  $i = 1, \dots, K$  ja  $t = 1, \dots, T$ , ovat teknisesti mahdollisia myös aikaperiodilla  $t + \tau$ ,  $\tau \geq 1$  (progressiivisen teknisen muutoksen oletus).

Oletus 5 on ns. progressiivisen teknisen muutoksen oletus (*Chambers 1989, 255–256*). Sen mukaan ajan myötä syntyy uusia tuotantomahdollisuuksia vanhojen silti säilyessä. Toisin sanoen, jos  $x$  voi tuottaa  $u$ :n vuonna 1993, niin  $x$  voi tuottaa  $u$ :n myös vuonna 1994. Eli yksinkertaisesti, teknisen osaamisen taso pysyysamana tai kasvaa, mutta ei koskaan vähene<sup>16</sup>. Tärkeää on huomata, että tämä ei aseta rajoitteita tuottavuuden "etumerkille". Vaikka oletuksen 5 mukaan tekninen osaaminen ei voi vähentyä, saattaa tehottomuus kasvaa ja siten tuottavuuden muutos voi olla negatiivinen. Oletukset 1, 2, 3b ja 5 täyttävä VRS-

<sup>16</sup> Oletus 5 on myös eräänlainen lisäoletus, sillä tietenkin on mahdollista, että esimerkiksi jökaiselle vuodelle muodostetaan oma mallinsa. Tällöin teknisestä muutoksesta ei tarvitse tehdä mitään oletusta. Kuitenkin, paitsi että oletus 5 on varsin luonteva, on se myös hyödyllinen suppeissa paneeliaineistoissa, koska sen avulla voidaan havaintomäärää lisätä. Esimerkiksi vuosittaisissa malleissa vuoden 1994 malliin otetaan mukaan vain vuoden 1994 havainnot, kun taas oletuksen 5 mukaisissa malleissa vuoden 1994 malliin otetaan mukaan sekä vuoden 1994 havainnot että sitä ajallisesti edeltävät havainnot.

malli aikaperiodille  $t$  ( $t = 1, \dots, T$ ) voidaan esittää muodossa

$$(3.7) \quad P_t^{\text{VRS}}(\mathbf{x}) = \left\{ \begin{array}{l} (\mathbf{v}, \mathbf{w}) \mid \mathbf{v} \leq \sum_{j=1}^t \sum_{i=1}^K \theta z_{ij} \mathbf{v}^{ij}, \quad \mathbf{w} = \sum_{j=1}^t \sum_{i=1}^K \theta z_{ij} \mathbf{w}^{ij}, \\ \mathbf{x} \geq \sum_{j=1}^t \sum_{i=1}^K z_{ij} \mathbf{x}^{ij}, \quad \sum_{j=1}^t \sum_{i=1}^K z_{ij} = 1, \quad z_{ij} \geq 0 \quad \forall i, j, \quad 0 \leq \theta \leq 1 \end{array} \right\}.$$

Vastaavasti oletuksista 1, 2, 3b, 4 ja 5 muodostettu CRS-malli aikaperiodille  $t$  ( $t = 1, \dots, T$ ) on

$$(3.8) \quad P_t^{\text{CRS}}(\mathbf{x}) = \left\{ \begin{array}{l} (\mathbf{v}, \mathbf{w}) \mid \mathbf{v} \leq \sum_{j=1}^t \sum_{i=1}^K \theta z_{ij} \mathbf{v}^{ij}, \quad \mathbf{w} = \sum_{j=1}^t \sum_{i=1}^K \theta z_{ij} \mathbf{w}^{ij}, \\ \mathbf{x} \geq \sum_{j=1}^t \sum_{i=1}^K z_{ij} \mathbf{x}^{ij}, \quad z_{ij} \geq 0 \quad \forall i, j, \quad 0 \leq \theta \leq 1 \end{array} \right\}.$$

Selvästikin pätee lemma 3.1.

**Lemma 3.1.** Paloittain lineaariset tuotantokuvaukset (3.7) ja (3.8) täyttävät määritelmän 2.4 aksioomat (P1)–(P5b) siten, että lopputuotteet ovat heikosti hävitettäviä (P5b), mutta toivotut lopputuotteet ovat vahvasti hävitettäviä (P5a).

### 3.4 Tehokkuusmitoista

Tehokkuusmitta on havaintokohtainen suure, joka antaa arvion tehokkuudelle. Tarkemmin sanottuna, se mittaa etäisyyttä havaintopisteen ja tehokkaan pisteen välillä. Koska Farrell-tehokkaita pisteitä on pääsääntöisesti olemassa useita, on mahdollista muodostaa myös useita erilaisia tehokkuusmittoja. Keskeistä on, että tehokkuusmitta muodostetaan siten, että sille voidaan antaa järkevä tulkinta ja että sen laskeminen on suhteellisen yksinkertaista. Seuraavassa määritellään tehokkuusmitta EV, joka täyttää nämä vaatimukset. Tätä tehokkuusmittaa käyttää myös *Färe (1991)*.

**Määritelmä 3.1.** Tehokkuusmitta EV havainnolle  $k$  ( $k = 1, \dots, K$ ) on funktio  $EV(x^k, v^k, w^k) = \max \{ \lambda \mid (\lambda v^k, w^k) \in P(x^k) \}$ , jossa  $P$  on mikä tahansa paloittain lineaarinen tekniikkamalli (3.3) - (3.8)

Koska kaikki mallit (3.3) - (3.8) ovat lauseiden 3.1 ja 3.2 sekä lemmän 3.1 nojalla  $x$ :n suhteen suljettuja sekä rajoitettuja, on EV:n määritelmä sallittu. Tehokkuusmitalle EV pätee seuraava lause.

**Lause 3.3.** Tehokkuusmitta EV havainnolle  $k$  ( $k = 1, \dots, K$ ) täyttää seuraavat ominaisuudet.

$$(E1) \quad EV(x^k, v^k, w^k) \geq 1.$$

(E2) Jos  $EV(x^k, v^k, w^k) = 1$  niin piste  $(x^k, v^k, w^k)$  täyttää valitun tekniikkamallin osalta määritelmässä 2.7 esitetyn Farrell-tehokkuuden.

**Todistus:**

(E1) Koska oletuksen 1 mukaisesti  $(v^k, w^k) \in P(x^k)$ , niin ainakin  $(\lambda v^k, w^k) \in P(x^k)$  kun  $\lambda = 1$ , jolloin  $EV = 1$ . Koska kyseessä on maksimointitehtävä, on  $\lambda = 1$  alaraja eli  $EV \geq 1$ .

(E2) Jos  $EV = 1$ , niin  $(\lambda \mathbf{v}^k, \mathbf{w}^k) \in P(\mathbf{x}^k)$ , jossa  $\lambda = 1$ . Oletetaan nyt, että kyseinen piste  $(\mathbf{x}^k, \mathbf{v}^k, \mathbf{w}^k)$  on tehoton. Tällöin määritelmän 2.7 mukaisesti tulisi olla  $\delta > 1$  siten, että  $(\delta \mathbf{v}^k, \mathbf{w}^k) \in P(\mathbf{x}^k)$ , jolloin  $\lambda = 1$  ei olisi maksimi. Tämä on ristiriidassa määritelmän 3.1 kanssa, eli pisteen  $(\mathbf{x}^k, \mathbf{v}^k, \mathbf{w}^k)$ , jolle pätee  $EV = 1$ , on oltava määritelmän 2.7 mielessä Farrell-tehokas valitun tekniikkamallin suhteen.

Tehokkuusmitta  $EV$  siis kertoo, kuinka moninkertaiseksi kaikkien toivottujen lopputuotteiden tuotanto voi suhteellisesti kasvaa, kun havaittu panos-saaste-yhdistelmä pidetään ennallaan. Jos  $EV$  saa arvon 1, on tuotanto Farrell-tehokasta. Jos  $EV$  saa ykköstä suuremman arvon, on tuotanto tehotonta. Eli esimerkiksi  $EV$ :n arvo 2 merkitsee sitä, että yritys voi kaksinkertaistaa kaikkien toivottujen lopputuotteiden määrän havaitulla tuotantopanosten ja saasteiden määrällä.

Yleensä on kuitenkin mielekkäämpää käyttää tehokkuusmitan  $EV$  käänteislukua, joka voidaan tulkita prosentuaaliseksi tehokkuudeksi. Siten esimerkiksi  $EV$ :n arvo 2 on käänteislukuna 0,5 eli tehokkuus on 50 %:sta. Paremmin sanottuna, tuotanto on 50 % optimaalisesta (tehokkaasta) tilanteesta. Vastaavasti  $EV$ :n arvo 1 on käänteislukuna 1. Tällöin tehokkuus on siis 100 %:sta eli tuotanto on täysin tehokasta.

Keskeistä on huomata, että tehokkuusmitta on sidottu valittuun tekniikkamalliin. Tehokkuusmitan arvot pääsääntöisesti muuttuvat, jos valittua mallia muutetaan. Voidaankin ajatella, että  $EV$  on suhteellinen tehokkuusmitta siinä mielessä, että se arvioi tehokkuutta suhteessa käytettyyn tekniikkamalliin ja sen perustana oleviin havaintoihin. Toisin sanoen, kun tehokkuutta mitataan havainnoista muodostetun tekniikkamallin avulla, käytetään termiä suhteellinen tehokkuus erotukseksi todellisesta eli absoluuttisesta tehokkuudesta.

Tärkeää on ymmärtää, että EV:n mittaama suhteellinen tehokkuus tarkoittaa sitä, että tehokkuusmittaa saattaa antaa todellista paremman kuvan tehokkuudesta, koska vertailukohtana oleva havainto saattaa olla tehoton. Toisin sanoen, on täysin mahdollista, että esimerkiksi kaikki havainnot ovat todellisuudessa tehottomia, mutta menetelmä luokittelee osan havainnoista tehokkaiksi. Luonnollisestikaan päinvastainen tilanne, eli tehokkaan havainnon luokittelu tehottomaksi, ei ole mahdollinen – edellyttäen tietenkin, että tehokkuusmitan perustana oleva tekniikkamalli on oikea. Ilmeistä on, että havaintomäärän kasvaessa myös tekniikkamallin tarkkuus paranee ja näin ero suhteellisen ja absoluuttisen tehokkuuden välillä pienenee.

Tehokkuusmitan EV arvo havainnolle  $k$  ( $k = 1, \dots, K$ ) voidaan laskea matemaattisen optimoinnin avulla. Kun tekniikkamallina käytetään VRS-mallia (3.5), on optimointitehtävä seuraava (optimointitehtävä on muodostettavissa vastaavasti myös muille tekniikkamalleille).

$$\begin{aligned}
 & EV(\mathbf{v}^k, \mathbf{w}^k, \mathbf{x}^k) = \max \lambda \\
 & \text{sitte että} \\
 & \lambda \mathbf{v}^k \leq \sum_{i=1}^K \theta z_i \mathbf{v}^i \\
 (3.9) \quad & \mathbf{w}^k = \sum_{i=1}^K \theta z_i \mathbf{w}^i \\
 & \mathbf{x}^k \geq \sum_{i=1}^K z_i \mathbf{x}^i \\
 & \sum_{i=1}^K z_i = 1, \quad z_i \geq 0 \\
 & 0 \leq \theta \leq 1.
 \end{aligned}$$

Optimointitehtävä (3.9) on epälineaarinen, mutta se on linearisoitavissa muotoon (3.10) (linearisointi on esitetty liitteessä 1).

$$EV(\mathbf{v}^k, \mathbf{w}^k, \mathbf{x}^k) = \max \lambda$$

siten että

$$\lambda \mathbf{v}^k \leq \sum_{i=1}^K y_i \mathbf{v}^i$$

$$(3.10) \quad \mathbf{w}^k = \sum_{i=1}^K y_i \mathbf{w}^i$$

$$\theta \mathbf{x}^k \geq \sum_{i=1}^K y_i \mathbf{x}^i$$

$$\sum_{i=1}^K y_i = \theta, \quad y_i \geq 0$$

$$0 < \varepsilon \leq \theta \leq 1,$$

jossa  $\varepsilon$  on pieni positiivinen vakio.

Tehokkuusmitta  $EV$  on voidaan siis laskea käyttäen lineaarista optimointia<sup>17</sup>. Optimointitehtävä (3.10) on esittävässä ns. lineaarisen optimointitaulun avulla seuraavasti.

$$(3.11) \quad \begin{array}{rcccccc} & y_1 & \cdots & y_K & \theta & \lambda & \\ v & -\mathbf{v}^1 & \cdots & -\mathbf{v}^K & \mathbf{0} & \mathbf{v}^k & \leq & \mathbf{0} \\ w & \mathbf{w}^1 & \cdots & \mathbf{w}^K & \mathbf{0} & \mathbf{0} & = & \mathbf{w}^k \\ x & \mathbf{x}^1 & \cdots & \mathbf{x}^K & -\mathbf{x}^k & \mathbf{0} & \leq & \mathbf{0} \\ s & 1 & \cdots & 1 & -1 & 0 & = & 0 \\ Max & 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & = & EV(\mathbf{v}^k, \mathbf{w}^k, \mathbf{x}^k) \end{array}$$

$$y_i \geq 0 \text{ ja } 0 < \varepsilon \leq \theta \leq 1.$$

<sup>17</sup>Hyvä perusesitys lineaarisesta optimoinnista on mm. *Intrilligator* (1971).

### 3.5 Menetelmän arviointia

Edellä esitetty tehokkuutta mittaava menetelmä perustuu paloittain lineaarisiin tekniikkamalleihin. Menetelmän edut ja haitat ovat siten pääasiassa seurausta tekniikkamallien ominaisuuksista. Seuraavassa pyritään lyhyesti erittelemään näitä etuja ja haittoja sekä pohditaan niiden vaikutuksia tehokkuuden mittauksessa.

Aiemmin tässä luvussa esitettiin, että paloittain lineaarinen tuotantokuvaus on muodostettavissa, skaalaa ja teknistä muutosta koskevista oletuksista riippuen, vain 3 - 5 oletuksen avulla. Keskeistä on, että nämä eivät sisällä mitään funktiomuotoa koskevaa oletusta. Muodostettu malli on siis ei-parametrinen ja siten äärimmäisen joustava. Tätä funktiomuodosta riippumattomuutta voidaan pitää menetelmän huomattavana etuna. Lisäksi tässä esitetty ei-parametrinen malli on joustava myös siinä mielessä, että se mahdollistaa useamman kuin yhden lopputuotteen luontevan mallintamisen, jolloin myös saastepäästöt voidaan huomioida lopputuotteina.

Entä mitä voidaan todeta ei-parametrisen mallin oletuksista? Kuten mainittu, paloittain lineaarisen tuotantokuvauksen muodostamiseksi tarvitaan deterministisysoletus, konveksisuusoletus ja hävitettävyysoletus. Lisäksi voidaan tehdä myös homogeenisuusoletus (vakioiset skaalatuotot) ja teknistä muutosta koskeva oletus. Tämä teknistä muutosta koskeva oletus tulee kyseeseen ainoastaan aikasarjahavaintojen yhteydessä ja on tällöin varsin luonteva. Koska hävitettävyysoletus perustuu tuotantoteoriaan ja homogeenisuusoletus ei ole välttämätön, jää menetelmän edellyttämiksi oletuksiksi ainoastaan deterministisysoletus ja konveksisuusoletus.

Näistä kahdesta viimeksi mainitusta oletuksesta on konveksisuusoletus jossain määrin pulmallinen. Se sulkee pois esimerkiksi aidosti kasvavien skaalatuotosten mahdollisuuden. Kuitenkin konveksisuusoletusta käytetään varsin usein taloustieteellisissä tutkimuksissa. Lisäksi tulee muistaa, että konveksisuusoletuksesta voidaan eräissä tapauksissa luopua. Tällöin heikon hävitettävyyden huomioiminen ei kuitenkaan ole mielekkäällä tavalla mahdollista.

Deterministisyysoletus on konveksisuusoletusta hankalampi ja monisyisempi oletus, ja laajemmin siitä keskustelelee mm. *Førsund–Lovell–Schmidt* (1980, 19-23). Käytännössä mallin deterministisyys merkitsee sitä, että menetelmä on matemaattinen laskentamenetelmä eikä tilastollinen estimointimenetelmä. Tämä tarkoittaa, että saatuja tuloksia ei voida suoraan arvioida tilastollisten testien perusteella<sup>18</sup>. Lisäksi deterministisyydestä johtuen ei esimerkiksi mahdollista saattunaista mittavirhettä sallita. Ääritapauksissa, joissa mittavirhe on suurta, saattaa tuloksissa esiintyä merkittävää harhaa.

Tilastollisten testien puuttuminen merkitsee myös sitä, että tutkijalle ei ole käytössään mallinvalintakriteerejä yms., joiden avulla mallin hyvyttä voitaisiin arvioida. Siten esimerkiksi muuttujien valintaan on kiinnitettävä erityistä huomiota. Yleensäkin esitetyssä menetelmässä tulee tilastollisia menetelmiä selkeämmin esille tutkittavan kohteen hyvä tuntemus ja aineiston luotettavuus.

---

<sup>18</sup> Viimeaikoina on käytetty tehokkuuslukujen herkkyyden tutkimisessa ns. bootstrapping-menetelmää, jonka avulla tehokkuusluvulle on epäsuorasti muodostettu ”luottamusväli”, ks. esim. *Ferrier–Hirschberg* (1994).



## 4 TEHOKKUUS SUOMEN SULFAATTISELLUTEOLLISUUDESSA VUOSINA 1972-1990

### 4.1 Havaintoaineistosta

Kuten johdantokappaleessa esitettiin, tutkimuksen perusjoukon muodostavat Suomessa toimivat sulfaattiselutehtaat. Tutkimusta varten kerättiin Suomen sulfaattiselutehtaista tietoja kahdesta eri lähteestä. Tehdaskohtaiset tiedot työvoimasta, pääomasta sekä raaka-aineista on saatu Tilastokeskuksesta ja tehdaskohtaiset tiedot vesistöpäästöistä sekä tuotannon määrästä Vesi- ja ympäristöhallituksesta. Koska vesistöpäästötietoja on systemaattisesti tilastoitu vasta vuodesta 1972, tutkimusaineisto koostuu havainnoista ajanjaksolta 1972-1990. Lisäksi tutkimusaineistoa on rajattu siten, että tarkasteluun on otettu mukaan vain ne tehtaat, jotka ovat olleet toiminnassa koko havaintoajanjakson ajan. Tällä on pyritty siihen, että tutkimusaineistosta saataisiin mahdollisimman homogeeninen tutkittavien tehtaiden suhteen.

Aineiston keräämisessä ongelmaksi koitui paperinvalmistukseen sekä eräissä tapauksissa myös mekaanisen massan valmistukseen integroituneet sellutehtaat, koska näiden tehtaiden osalta vesistöpäästötiedot oli tilastoitu integraattikohtaisesti. Tällöin luotettavaa tietoa siitä, miten paljon päästöjä on syntynyt itse sellunvalmistuksesta, on vaikeata ellei mahdotonta saada selville. Tämän vuoksi selluintegraatit rajattiin tutkimuksen ulkopuolelle, tosin tutkimusaineistoon sisällytettiin kaksi selluintegraattia, joista päästötiedot olivat prosessikohtaisesti saatavilla. Näin tutkimuksen havaintoaineisto muodostuu kahdeksasta sulfaattiselutehtaasta ajanjaksolta 1972-1990. Havainnot ovat vuosittaisia havaintoja eli jokaisesta tehtaasta on 19 havaintoa. Koko aineistossa havaintoja on siis 152 kappaletta.

Edellä esitetyn perusteella on kahdeksan sulfaattiselutehtaan muodostama havaintoaineisto tulkittava näytteeksi Suomen sulfaattiselutehtaista. Tosin näyte on kattava niiden integroitumattomien sulfaattiselutehtaiden osalta, jotka ovat olleet toiminnassa vuosina 1972-1990. Lisäksi aineistoa voidaan pitää varsin hyvänä näytteenä kaikista Suomen sulfaattiselutehtaista. Tämä käy ilmi taulukosta 4.1, jossa näytteen edustavuutta on vertailtu eräiden vuosien osalta.

**Taulukko 4.1.** Näytteeseen valittujen sulfaattiseluloosatehtaiden tuotannon osuus koko sulfaattiselun tuotannosta eräiden vuosien osalta (tonnia vuodessa). (*Metsätilastollinen vuosikirja 1993.*)

<b>Vuosi</b>	<b>Sulfaattiselun kokonaistuotanto Suomessa</b>	<b>Näytteeseen valittujen tehtaiden tuotanto ja osuus kokonaistuotannosta</b>	
1975	2 277 000	1 301 114	57 %
1980	3 796 000	1 868 835	49 %
1985	4 265 000	2 037 338	48 %
1990	4 870 000	2 310 581	47 %

Kaikkiaan tutkimusaineistoa on pidettävä kansainvälisestäkin ottaen ainutlaatuisena. Tehdaskohtaiset paneeliaineistot ovat taloustieteellisessä tutkimuksessa suhteellisen harvinaisia. Lisäksi havaintoaineiston tarkasteluajanjakso on varsin pitkä käsittäen 19 vuotta. Havaintoaineistossa poikkeuksellista on myös se, että se sisältää tietoja tehtaiden ympäristökuormituksesta. Aineisto on luottamuksellinen, joten tehtaista käytetään koodinumeroita 1-8.<sup>19</sup>

<sup>19</sup> Samaa aineistoa on käytetty tutkimuksissa *Hetemäki (1994a)* ja *Hetemäki (1994b)*, joissa ympäristörajoitteiden vaikutuksia ja ympäristönsuojelun kustannuksia on tutkittu etäisyysfunktion perustuvien ekonometristen mallin avulla.

## 4.2 Selluteollisuuden tuotantopanoksista ja lopputuotteista

Sulfaattisellun tuotannossa syntyy itse sellun ohella useita erilaisia lopputuotteita kuten tärpähtiä. Lisäksi tuotantoprosessissa syntyy myös ei-toivottuja lopputuotteita eli jätteitä, jotka voivat olla kiinteitä, nestemäisiä tai kaasumaisia. Vastaavasti tuotantoprosessissa käytetään lukuisia erilaisia tuotantopanoksia kuten puuta, kemikaaleja, koneita ja työvoimaa.

Käytännössä näiden kaikkien erilaisten tuotantopanosten ja lopputuotteiden huomioiminen on tietenkin mahdotonta. Siten tuotantopanoksia ja lopputuotteita on yhdistettävä, ja niiden lukumäärää on rajattava. Keskeistä on, että tarkasteluun sisällytettävät tuotantopanokset ja lopputuotteet kuvaavat mahdollisimman hyvin sulfaattisellutehtaissa vallitsevaa tuotantotekniikkaa. *Kirjavainen–Loikkanen (1993, 48)* toteavatkin: "[Menetelmän] hyödyllisyys riippuu ratkaisevasti siitä, miten tarkasteltava ilmiö on onnistuttu hahmottamaan ja miten hyvin käytettävissä oleva aineisto muuttujineen vastaa ilmiön kannalta tärkeitä tekijöitä."

Tässä tutkimuksessa käytetyt lopputuotteet ja tuotantopanokset on esitetty taulukossa 4.2. Tarkempi selostus muuttujien muodostamisesta on esitetty liitteessä 2.

### Taulukko 4.2. Tutkimuksessa käytetyt tuotantopanokset ja lopputuotteet.

$v_1$	Sulfaattiselluloosan määrä (PRODQ)
$w_1$	Jätevesivirtaama (FLOW)
$w_2$	Biologinen hapenkulutus (BOD)
$x_1$	Tehtyjen työtuntien lukumäärä (L)
$x_2$	Raaka-aineiden kiinteähintainen arvo (R90)
$x_3$	Pääomavarannon kiinteähintainen arvo (K90)

Toivottuja lopputuotteita kuvaa yksi muuttuja PRODQ, joka on yksinkertaisesti vuoden aikana tuotettu sulfaattiselluloosan määrä. Muita toivottuja lopputuotteita ei ole huomioitu, sillä niiden osuus on häviävän pieni. Lisäksi voidaan aja-

tella, että sellun määrä kuvaa hyvin myös näitä lopputuotteita.

Ei-toivottujen lopputuotteiden eli saasteiden osalta tilanne on ongelmallisempi mm. tilastointivaikeuksien vuoksi. Esimerkiksi kiinteiden ja ilmaan joutuvien saasteiden osalta ei luotettavia tietoja ole saatavissa. Myöskään kaikkien vesistö-päästötyyppien kohdalla ei tilastointi ole ollut kattava koko havaintoajanjakson osalta.

Sellutehdas voi vähentää saastuttamistaan toisaalta valmistusprosessin sisäisillä ja valmistusprosessin ulkoisilla menetelmillä<sup>20</sup>. Valmistusprosessin sisäisillä menetelmillä tarkoitetaan toimenpiteitä, joilla saastuttamista vähennetään toivotun lopputuotteen valmistusprosessin yhteydessä. Esimerkiksi selluteollisuudessa on vesistö päästöjä pystytty vähentämään mm. vesikiertoa muuttamalla. Valmistusprosessin ulkoisilla menetelmillä tarkoitetaan toimenpiteitä, joilla saastemäärää vähennetään valmistusprosessin ulkopuolisen puhdistusprosessin yhteydessä (ns. end-of-pipe abatement). Suomen selluteollisuudessa onkin voimakkaasti investoitu ns. aktiivilietelaitoksiin. Lisäksi käytössä on ilmastettuja lammikoita, anaerobilaitoksia sekä kemiallisia jätevesien puhdistusmenetelmiä<sup>21</sup>.

Edellä esitetyn luokittelun mukaisesti sellutehtaiden ympäristöpäästöjä analyysissä kuvaa kaksi saastemuuttujaa: jätevesivirtaama (FLOW) ja biologinen hapenkulutus (BOD). Näistä jätevesivirtaama kuvaa valmistusprosessin sisäisiä ja biologinen hapenkulutus valmistusprosessin ulkoisia puhdistustoimenpiteitä. Kun lisäksi muistetaan, että jätevesien happea kuluttavan kuormituksen vähentäminen on ollut Suomessa metsäteollisuuden vesiensuojelun keskeisin tehtävä ja että edellä mainittujen saastepäästöjen mittauksia voidaan pitää koko havaintoajanjaksolta varsin luotettavina, on kyseisten saastemuuttujien valinta perusteltua.

<sup>20</sup> Termi valmistusprosessi ei tarkoita samaa kuin tuotantoprosessi. Tuotantoprosessi on kokonaisuus, jossa tuotantopanokset muuttuvat lopputuotteiksi. Saastuttava tuotantoprosessi voidaan kuitenkin jakaa kahteen osaprosessiin: (1) varsinaisen lopputuotteen valmistusprosessiin sekä (2) puhdistusprosessiin (eli valmistusprosessin ulkoiseen prosessiin), jossa valmistusprosessissa syntyneitä saasteita puhdistetaan.

<sup>21</sup> Sellutehtaiden päästöjen vähentämisestä ks. esim. *Krogerus-Hynninen (1992)*.

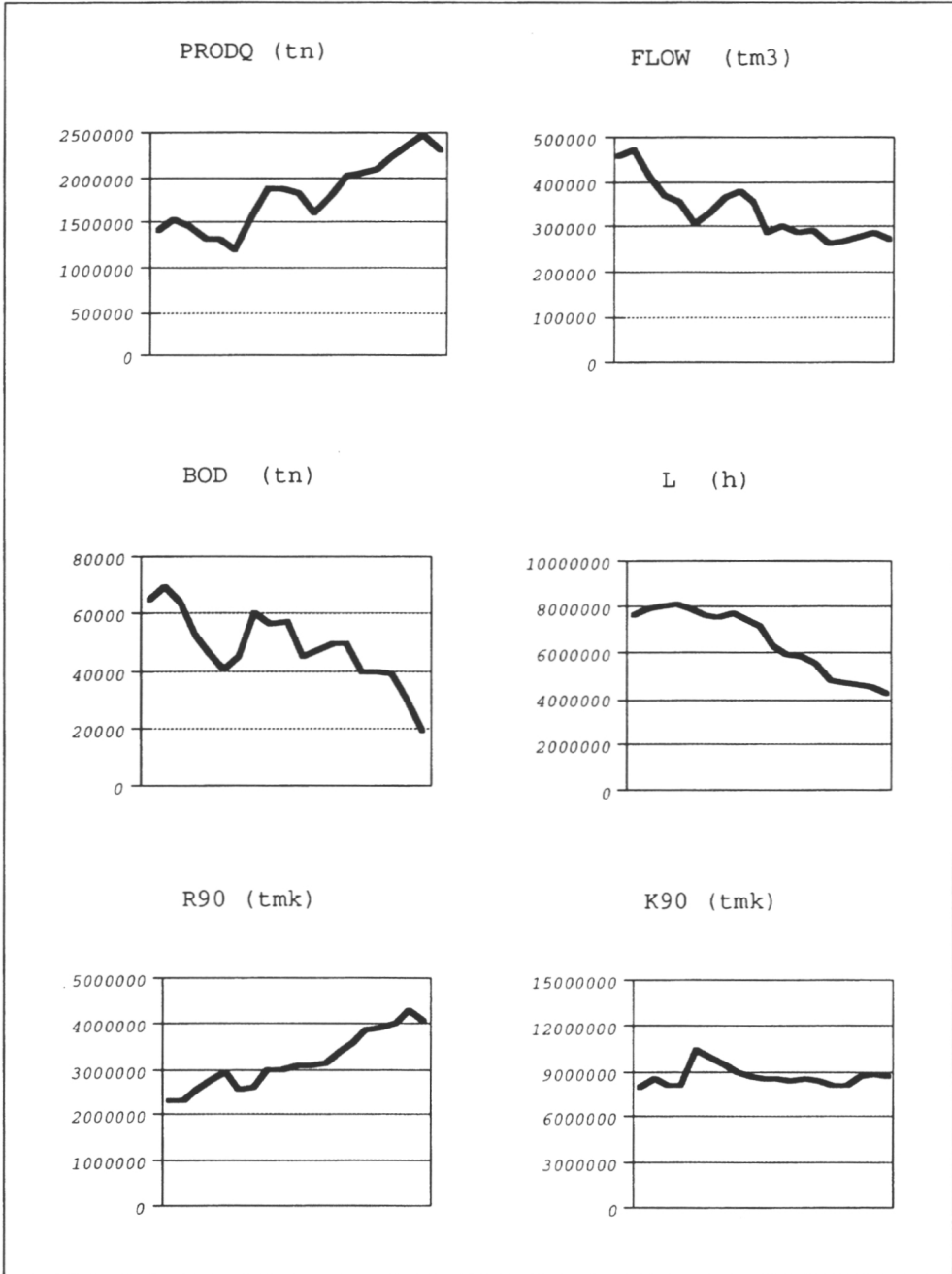
Tuotantopanoksia kuvaavat muuttujat ovat selkeitä. Työvoimapanos (L) koostuu vuoden aikana tehtyjen työtuntien määrästä. Raaka-ainepanos (R90) on muodostettu deflatoimalla vuoden aikana ostettujen ns. teollisten tuotantopanosten arvo. Pääomapanos (K90) on varantosuure, joka on muodostettu erilaisista pääomahyödykesarjoista. Kaikkiaan panosmuuttujien osalta on päädytty varsin karkeaan jakoon. Tosin, kuten aiemmin on tullut esiin, havaintoaineisto on rajattu koskemaan vain hyvin samankaltaisia tehtaita, joten tehty karkeistaminen on perusteltua.

Taulukossa 4.3 on esitetty kuvailevia tunnuslukuja havaintoaineistosta, ja kuviossa 4.1 on piirretty havaintoaineiston muuttujien vuosittaiset aikasarjat. Kuvioista havaitaan, että tarkasteluajanjaksolla sellun tuotanto on lisääntynyt. Tämä näkyy myös raaka-ainepanoksen selvänä kasvuna. Pääomapanos on sitä vastoin pysynyt suhteellisen vakaana. Hämmästyttävintä aineistossa on, että saatemäärä on tarkasteluajanjaksolla huomattavasti vähentynyt. Myös työvoiman käytössä on havaittavissa selkeää laskua.

**Taulukko 4.3.** Kuvailevia tunnuslukuja sulfaattiselutehtaista koostuvasta vuosiaineistosta (8 tehdasta, havaintoajanjakso 1972-1990, n = 152).

Muuttuja		Keskiarvo	Hajonta	Minimi	Maksimi	CV
PRODQ	tn	224981	94319	87318	511775	0,42
FLOW	tm <sup>3</sup>	41840	19424	15217	122693	0,46
BOD	t	6035	2988	554	15375	0,50
L	h	811358	353123	209740	1802842	0,44
R90	tmk	400593	162552	134494	875849	0,41
K90	tmk	1100876	413762	299119	2155913	0,38

**Kuvio 4.1.** Vuosittaiset aikasarjat havaintoaineiston muuttujille (ajanjakso 1972-1990; kahdeksan sellutehtaan vuosittain yhteenlasketut tiedot).



### 4.3 Käytetyt tekniikkamallit ja tehokkuusmitat

Sulfaattiselutehtaille muodostettiin neljä erilaista tekniikkamallia. Tekniikkamallit ovat luvun 3 mukaisia paloittain lineaarisia, ei-parametrisia malleja. Taulukossa 4.4 on esitetty muodostettujen mallien keskeisimmät ominaisuudet.

**Taulukko 4.4.** Tekniikkamallit sekä tehokkuusmitat kahdeksalle sulfaattiselutehtaaltealle (VRS = muuttuvat skaalatuotot, CRS = vakioiset skaalatuotot).

Malli	Tuotantopanokset	Lopputuotteet	Skaalatuotot	Tehokkuusmitta
(1) P1 <sup>VRS</sup>	L, R90, K90	PRODQ, BOD, FLOW	VRS	EV1_VRS
(2) P1 <sup>CRS</sup>	L, R90, K90	PRODQ, BOD, FLOW	CRS	EV1_CRS
(3) P2 <sup>VRS</sup>	L, R90, K90	PRODQ	VRS	EV2_VRS
(4) P2 <sup>CRS</sup>	L, R90, K90	PRODQ	CRS	EV2_CRS

Kaikissa esitetyissä malleissa (1) - (4) on oletettu, että tuotantopanokset ja toivottu lopputuote ovat vahvasti hävitettäviä. Tekninen muutos on oletettu kaikissa malleissa progressiiviseksi. Lisäksi malleissa (1) ja (2) on otettu mukaan myös saastemuuttujat, jotka on mallinnettu heikosti hävitettäviksi lopputuotteiksi. Malleissa (3) ja (4) saastemuuttujia ei sitä vastoin ole huomioitu.

Malli (1) on esitetyistä malleista mielekkäin, koska saastemuuttujien huomioimisen lisäksi skaalatuotoille ei ole asetettu rajoitteita. Edellisen luvun mukaisesti malli (1) edellyttää oletukset 1, 2, 3b ja 5. Malli (2) on rajoitetumpi muoto mallista (1), sillä aiempien oletusten lisäksi se edellyttää vakioisten skaalatuottojen oletuksen 4. Mallit (3) ja (4) ovat puutteellisia malleja, koska niissä ei ole huomioitu saasteita. Kyseisten mallien tarkoitus on lähinnä havainnollistaa käytetyn menetelmän herkkyyttä muuttujavalintojen suhteen. Tämä on tärkeää sen vuoksi, että käytettyä menetelmää on mallinvalintakriteerien yms. puuttuessa

näennäisen helppo soveltaa ja virheellisten johtopäätösten vaara on siten ilmeinen.

Kullekin havainnolle laskettiin lopputuotteiden teknistä tehokkuutta kuvaava tehokkuusmitta EV käyttäen kaikkia edellä esitettyjä tekniikkamalleja. Malleista (1) ja (2) lasketuista tehokkuusmitoista käytetään merkintää EV1. Tehokkuusmitoista, jotka on laskettu puutteellisista malleista (3) ja (4), käytetään merkintää EV2. Tehokkuusmittojen liitteet VRS ja CRS viittaavat tekniikkamallien skaalaoletuksiin. Formaalisti lasketut tehokkuusmitat yritykselle  $k$  ja ajanjaksolle  $t$  ovat (havainnollisemmin käytettyjen tehokkuusmittojen ja tekniikkamallien välinen yhteys käy ilmi taulukosta 4.4)

$$\begin{aligned}
 (4.1) \quad & EV1\_VRS(x^{kt}, v^{kt}, w^{kt}) = \max \{ \lambda \mid (\lambda v^{kt}, w^{kt}) \in P1_t^{VRS}(x^{kt}) \} \\
 & EV1\_CRS(x^{kt}, v^{kt}, w^{kt}) = \max \{ \lambda \mid (\lambda v^{kt}, w^{kt}) \in P1_t^{CRS}(x^{kt}) \} \\
 & EV2\_VRS(x^{kt}, v^{kt}) = \max \{ \lambda \mid (\lambda v^{kt}) \in P2_t^{VRS}(x^{kt}) \} \\
 & EV2\_CRS(x^{kt}, v^{kt}) = \max \{ \lambda \mid (\lambda v^{kt}) \in P2_t^{CRS}(x^{kt}) \}.
 \end{aligned}$$

Tehokkuusmittojen (4.1) laskemiseen käytettiin lineaarista optimointia. Itse laskenta suoritettiin tätä tarkoitusta varten laatimallani Fortran-kielisellä tietokoneohjelmalla, koska valmisohjelmistoja ei ollut saatavilla<sup>22</sup>. Optimointiongelman ratkaisussa ohjelma hyödyntää IMSL-aliohjelmakirjastoa ja sen rutiinia DDLPRS (ks. lähemmin *IMSL 888–891*). Ohjelman suoritus tapahtui Helsingin yliopiston unix-järjestelmässä. Tehokkuusanalyysin tulokset on esitetty seuraavissa osaluvuissa.

---

<sup>22</sup> Markkinoilla olevissa DEA-ohjelmistoissa, kuten Warwick DEA ja Integrated DEA System (IDEAS), ei heikon hävitettävyyden huomioiminen ole mahdollista.



## 4.4 Tehokkuusanalyysin tulokset ja niiden tulkintaa

### 4.4.1 Tehokkuusluvut

Laskettujen tehokkuusmittojen arvot on esitetty liitteessä 3. Tulosten esittelyssä on käytetty prosentuaalisia tehokkuuslukuja eli tehokkuusmittojen käänteislukuja. Käänteisluvut kertovat kuinka monta prosenttia tuotanto on ollut optimaalisesta (tehokkaasta) tilanteesta. Saatuja tuloksia on havainnollistettu taulukoiden 4.4 ja 4.5 avulla. Taulukossa 4.4 on esitetty käänteisten tehokkuusmittojen tunnuslukuja. Kyseisestä taulukosta voidaan esimerkiksi lukea, että tehokkuusmitan EV1\_VRS mielessä havaintoaineiston keskimääräinen tehokkuus on ollut 96 %:sta eli sellun tuotanto on ollut keskimäärin 96 % optimaalisesta. Taulukossa 4.5 tehtaat on jaettu tehokkuusmittojen mukaisesti tehokkaiisiin (tehokkuusmitan arvo yksi) ja tehottomiin (tehokkuusmitan arvo erisuuri kuin yksi) tehtaisiin. Esimerkiksi tehokkuusmitan EV1\_VRS:n mielessä 72 % havainnoista on tehokkaita ja loput 28 % tehottomia. Lisäksi taulukossa 4.6 on esitetty tehokkuusmittojen väliset Spearmanin järjestyskorrelaatiokertoimet ja kuviossa 4.2 tehokkuusmittojen histogrammat.

**Taulukko 4.4.** Tehokkuusmittojen käänteislukujen kuvailevia tunnuslukuja (n=152).

Mitta	Keskiarvo	Hajonta	Minimi	Maksimi	CV
1/EV1_VRS	0,956	0,09	0,66	1,00	0,09
1/EV1_CRS	0,922	0,12	0,49	1,00	0,13
1/EV2_VRS	0,854	0,13	0,53	1,00	0,16
1/EV2_CRS	0,792	0,14	0,44	1,00	0,18

**Taulukko 4.5.** Tehokkaat ja tehottomat tehtaat.

Tehokkuusmitta	Tehokkaat		Tehottomat	
	1km	(%)	1km	(%)
EV1_VRS	110	(72%)	42	(28%)
EV1_CRS	83	(55%)	69	(45%)
EV2_VRS	39	(26%)	113	(74%)
EV2_CRS	14	(9%)	138	(91%)

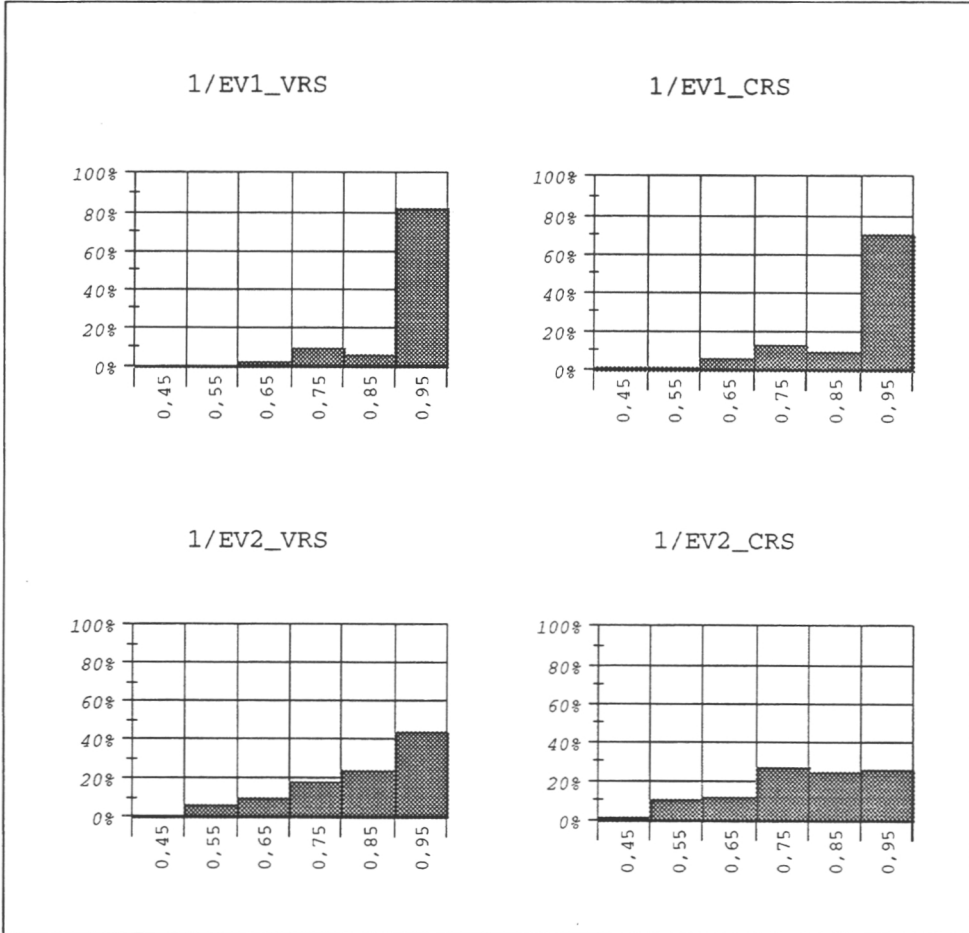
**Taulukko 4.6.** Spearmanin järjestyskorrelaatiokertoimet tehokkuusmitoille.

	EV1_VRS	EV1_CRS	EV2_VRS	EV2_CRS
EV1_VRS	1.000			
EV1_CRS	0.767	1.000		
EV2_VRS	0.557	0.470	1.000	
EV2_CRS	0.540	0.636	0.835	1.000

Tuloksista voidaan havaita, että tehokkuusmitat EV1 ja EV2 eroavat merkittävästi toisistaan. Muuttuvien skaalatuottojen tapauksessa tehokkuusmitta EV1\_VRS luokittelee 72 % havainnoista tehokkaiksi, kun tehokkuusmitan EV2\_VRS mielessä tehokkaita havaintoja on vain 26 %. Vakioisten skaalatuottojen tapauksessa tehokkaiden tehtaiden osuus on 55 % kun saasteet on huomioitu (EV1\_CRS) ja vain 9 % kun saasteet jätetään tarkastelun ulkopuolelle (EV2\_CRS). Sama asia ilmenee myös käänteisten tehokkuusmittojen keskiarvoista: tehokkuus on keskimäärin pienempää mitan EV2 kohdalla. Tämä on nähtävissä myös kuviosta 4.1, jossa on esitetty histogrammat käänteisille tehokkuusmitoille. Lisäksi taulukosta 4.6 käy ilmi, että myös tehokkuusmittojen Spearmanin järjestyskorrelaatiokertoimet poikkeavat ykkösestä. Toisin sanoen,

eri tehokkuusmitat asettavat havainnot erilaiseen järjestykseen.

**Kuvio 4.2.** Histogrammat tehokkuusmittojen käänteisluvuille.



Edellä esitetyn perusteella on selvää, että tulokset ovat hyvin herkkiä saastemuuttujien suhteen. Tarkasteluissa, joissa saastemuuttujia ei ole huomioitu (tehokkuusmitat EV2), yliarvioidaan tehottomuutta. Tätä tulosta voidaan pitää osoituksena siitä, että sulfaattiseluteollisuutta koskevissa tehokkuusmittauksissa yritysten ympäristöpäästöt on otettava tarkasteluun mukaan, sillä niiden huomioimatta jättäminen johtaa harhaisiin tuloksiin. Ilmeistä on myös se, että saas-

temuuttujilla on vastaavanlainen vaikutus myös muihin yrityksen käyttäytymistä kuvaaviin tunnuslukuihin. Siten on mahdollista, että esimerkiksi sulfaattiselluteollisuuden tuottavuusmittauksissa johtopäätökset saattavat olla huomattavan virheellisiä, jos tehtaiden saastepäästöjä ei huomioida.

Edellinen johtopäätös havainnollistaa myös käytetyn menetelmän herkkyyttä. Kuten aiemmin on tullut esille, ei-parametrinen menetelmä ei tarjoa tilastollisia mallinvalintakriteerejä yms., joiden avulla mallien paremmuutta voitaisiin arvioida. Siten esimerkiksi tehokkuusmittojen EV2 harhaisuus ei välttämättä tule esiin, jos menetelmää sovelletaan umpimähkäisesti.

Tehokkuusmitat EV2 ovat siis huonoja arvioita sulfaattisellutehtaiden tehokkuudesta. Itse asiassa tehokkuusmitta ei sinänsä ole huono, vaan sen taustalla oleva puutteellinen tekniikkamalli. Tehokkuusmitat EV1 ovat sitä vastoin laskeutu tekniikkamallista, jota voidaan pitää aiemman mukaan varsin hyvänä kuvauksen sulfaattisellutehtaiden tuotantotekniikasta. Tämän vuoksi jatkossa tuloksia tarkastellaan ainoastaan tehokkuusmittojen EV1 osalta.

Tehokkuusmitat EV1\_VRS ja EV1\_CRS eroavat toisistaan skaalaoletuksen osalta. Mutta kumpi näistä mitoista on parempi? Jälleen ongelmaksi muodostuu mallinvalintakriteerien puuttuminen. Käytetyn menetelmän puitteissa ei mallien hyvyttä voida mielekkäällä tavalla arvioida. Siten varovaisuusperiaatteen mukaisesti on luontevampaa käyttää muuttuvien skaalatuottojen tehokkuusmittaa EV1\_VRS, sillä muuttuvien skaalatuottojen mallin oletukset ovat vakioisten skaalatuottojen mallia väljempää. Kuitenkin vakioisten skaalatuottojen tehokkuusmitan EV1\_CRS esittäminen on perusteltua, koska sen avulla voidaan tarkastella tehokkuuslukujen herkkyyttä tehdylle skaalaoletukselle<sup>23</sup>.

---

<sup>23</sup> Huomautettakoon, että muuttuvien skaalatuottojen ja vakioisten skaalatuottojen tehokkuusmittojen välistä suhdetta kutsutaan usein skaalatehokkuudeksi, ks. esim. *Førsund-Hjalmarsson (1987)*, *Färe-Grosskopf-Lovell (1983)*.

Taulukoista 4.4 ja 4.5 sekä voidaan havaita, että skaalaoletuksella on vaikutusta saatuihin tehokkuusarvoihin. Vakioisten skaalatuottojen tapauksessa 55 % havainnoista lukeutuu tehokkaiksi, mutta muuttuvien skaalatuottojen tapauksessa vastaava luku on 72 %. Keskimäärin tehokkuus on vakioisten skaalatuottojen tapauksessa 92 %:sta ja muuttuvien skaalatuottojen tapauksessa 96 %:sta. Vakioisten skaalatuottojen tapauksessa tehottomuus on siis suurempaa kuin muuttuvien skaalatuottojen mallissa. Lisäksi skaalaoletuksella on vaikutusta havaintojen tehokkuusjärjestykseen, sillä tehokkuusmittojen välinen järjestyskorrelaatiokerroin saa arvon 0,77. Skaalaoletuksen vaikutus on kaikkiaan kuitenkin yllättävän vähäinen verrattuna saastemuuttujien merkitykseen.

Edellä esitetyn perusteella voidaan päätellä, että tehokkuusarvot muuttuvat oleellisesti, jos tehtaiden ympäristöpäästöt huomioidaan. Skaalaoletuksen vaikutus on sitä vastoin huomattavasti pienempi. Mutta mitä voidaan sanoa sulfaattisellutehtaiden tehokkuudesta eli tehokkuusmitasta EV1\_VRS? Tehokkuusmitan käänteisluvun keskiarvo on taulukon 4.5 mukaisesti 0,96. Tämä tarkoittaa sitä, että tehtaiden tuotanto on ollut keskimäärin 96 % optimaalisesta. Toisin sanoen, tehottomuudesta on aiheutunut tehtaille keskimäärin neljän prosenttiyksikön suuruinen tehokkuustappio. Tehokkuusmitan keskihajonta on 0,09, ja pienin tehokkuusmitan käänteisluvun arvo on 0,66 eli ääritapauksessa tuotanto on ollut 66 % optimaalisesta.<sup>24</sup>

Kaikkiaan tehottomuutta voidaan pitää koko havaintoaineiston osalta varsin vähäisenä. Tosin mainittu tulos saattaa osaltaan olla seurausta havaintoaineiston pienuudesta. Kahdeksan tehtaan muodostama paneeliaineisto on varsin suppea, vaikkakin tarkasteluajanjakso on suhteellisen pitkä. Siten on mahdollista, että saadut tulokset antavat todellista paremman kuvan tehtaiden tehokkuu-

---

<sup>24</sup> *Färe-Grosskopf-Lovell-Pasurka* (1989) käsittelevät tehokkuutta yhdysvaltalaisissa paperitehtaissa (30 havaintoa vuodelta 1976). Tutkimuksen mukaan paperitehtaat olisivat voineet kasvattaa tuotantoaan keskimäärin 4-13 %, jos tehtaat olisivat toimineet tehokkaalla tavalla. Tehottomuus moninkertaistui, kun ympäristöpäästöt jätettiin tarkastelun ulkopuolelle. Färe ym. tulokset ovat siis yhdenmukaisia tämän tutkimuksen kanssa siinä mielessä, että saasteiden huomioiminen muuttaa oleellisesti tehokkuuslukuja. Korostettakoon, että Färe ym. käyttävät poikkeikkausaineistoa (tässä tutkimuksessa paneeliaineisto) ja että Färe ym. tutkimus perustuu ns. hyperboloidisiin tehokkuusmittoihin.

desta. Toisin sanoen, saattaa olla, että saadut suhteelliset tehokkuusluvut eivät kuvaa oikein absoluuttisia tehokkuuslukuja havaintojen vähyysden takia.

Huolimatta siitä, että tehottomuus on koko havaintoaineiston tasolla on keskimäärin varsin pientä, on mielenkiintoista selvittää miten tehokkuus vaihtelee eri tehtaiden välillä. Lisäksi tehokkuuden ajassa tapahtuvat muutokset ovat myös kiinnostavia. Seuraavassa osaluvussa 4.4.2 tarkastellaan tehokkuusmittojen vuosittaisia eroja. Tämän jälkeen osaluvussa 4.4.3 tutkitaan tehtaiden välisiä tehokkuuseroja.

#### 4.4.2 Vuosittaiset tehokkuusvertailut

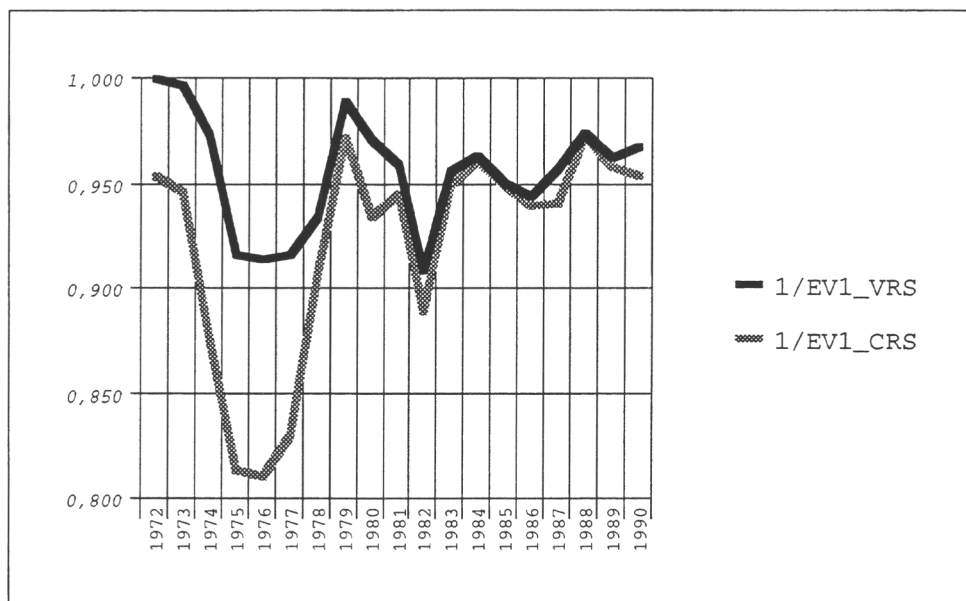
Kuviossa 4.3 on esitetty käännteisten tehokkuusmittojen EV1 vuosittaiset keskiarvot. Kuvioista voidaan havaita, että tehokkuudessa on ajassa tapahtuvaa vaihtelua. Mielenkiintoista on, että skaalaoletuksen vaikutus on merkityksellisen havaintoajanjakson loppupuolen osalta, kun taas 1970-luvun osalta tehokkuusmittojen keskiarvoissa on eroa. Toisin sanoen, tehokkuusarvot eivät 1980-luvun osalta ole kovin herkkiä skaalaoletuksen suhteen<sup>25</sup>.

Kuvioista 4.3 voidaan havaita myös, että molempien tehokkuusmittojen keskiarvojen ajassa tapahtuvat muutokset ovat samansuuntaisia. Tehottomuus on ollut suurimmillaan 1970-luvun puolivälissä sekä 1980-luvun alussa. Tällöin keskimääräinen tehokkuus on ollut noin 90 %:sta. Kiintoisaa on, että kyseiset ajankohdat sijoittuvat taloudellisten laskusuhdanteiden kohdalle. Tätä havainnollistaa kuvio 4.4, jossa on esitetty havaintoaineiston tehtaiden vuotuinen sellun tuotanto ja pienimmän neliösumman menetelmällä laskettu lineaarinen trendi. Kuvioita 4.3 ja 4.4 vertailemalla huomataan, että tuotanto on ollut trendin alapuolella tehottomina vuosina ja että tehokkaina vuosina tuotanto on ollut trendin yläpuolella.

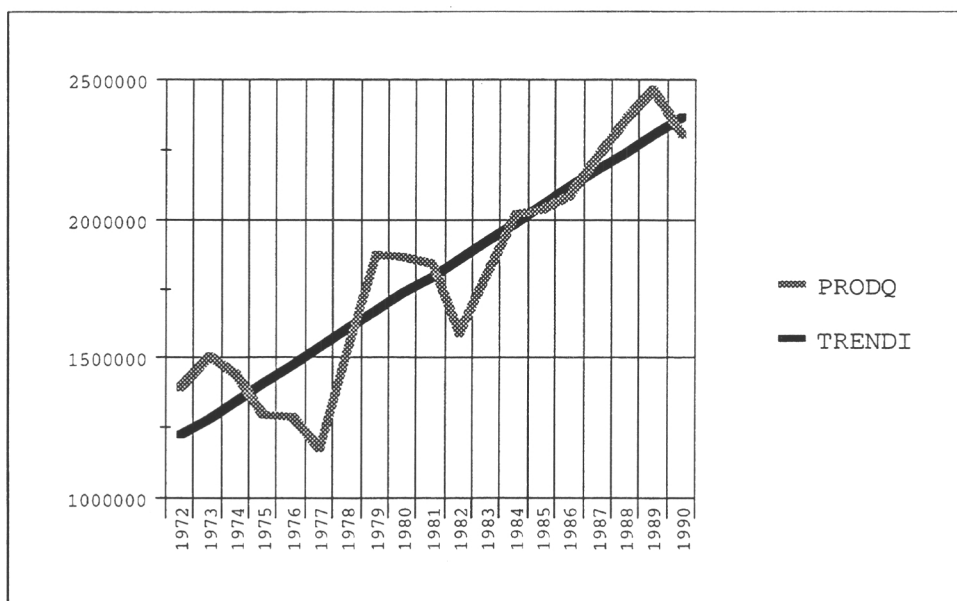
---

<sup>25</sup> Skaalatehokkuuden mielessä tätä voidaan pitää osoituksena siitä, että 1980-luvulla tehtaat ovat pystyneet paremmin hyödyntämään tuotannon skaalaetuja.

**Kuvio 4.3.** Tehokkuusmittojen EV1\_VRS ja EV1\_CRS käännteislukujen vuosittaiset keskiarvot.



**Kuvio 4.4.** Havaintoaineiston tehtaiden sulfaattiselluloosan vuotuinen tuotanto ja lineaarinen trendi (tonnia vuodessa).



Vaikuttaa siis siltä, että tehtaiden sopeutuminen markkinoiden vaihteluihin tapahtuu osittain tehokkuuden muutoksilla. Perinteisen tuotantoteorian avulla sanottuna, sopeutuminen ei tapahdu pelkästään tuotantofunktiolla, vaan myös osittain siirtymänä tuotantofunktion alapuolelle. Kyseinen havainto tuntuu varsin luontevalta, koska selluteollisuudessa pääomapanoksen osuus on huomattavan suuri ja sen sopeuttaminen suuriin kysynnän muutoksiin on vaikeata. Lisäksi muita jäykkyyksiä saattaa esiintyä esimerkiksi työvoiman osalta. Tosin tulokseen on suhtauduttava lievin varauksin, koska raaka-ainepanoksessa ei ole huomioitu varastojen muutoksia<sup>26</sup>

#### 4.4.3 Tehdaskohtaiset tehokkuusvertailut

Kuviossa 4.5 on esitetty tehokkuusmittojen käänteislukujen tehdaskohtaiset keskiarvot. Tehdastasolla tehokkuuden vaihtelu on selkeästi suurempaa kuin vuositasolla. Tehokkaimmin käyttäytyvät tehtaot 6, 7 ja 8, joiden tuotantoa voi pitää täysin tehokkaana. Myös tehtaota 4 toiminta on tehokasta, tosin tehokkuusluku on varsin herkkä skaalaoletuksen suhteen<sup>27</sup>. Tehtaot 1, 2 ja 5 voidaan luokitella lievästi tehottomiksi.

Suurimman poikkeuksen tekee tehdas 3. Muuttuvien skaalatuottojen tehokkuusmitan käänteisluvun keskiarvo on kyseiselle tehtaalle noin 0,8. Tämä tarkoittaa, että tehtaota tuotanto on ollut keskimäärin 80 % optimaalisesta. Tätä tehottomuutta voidaan pitää varsin huomattavana. Yllättävää on, että kyseinen tehdas ei oleellisesti poikkea muista tehtaista esimerkiksi kokonsa tai maantieteellisen sijaintinsa suhteen. Mielenkiintoista olisikin pyrkiä selvittämään, mitkä seikat aiheuttavat näinkin suuria tehokkuuseroja tehtaiden välille.

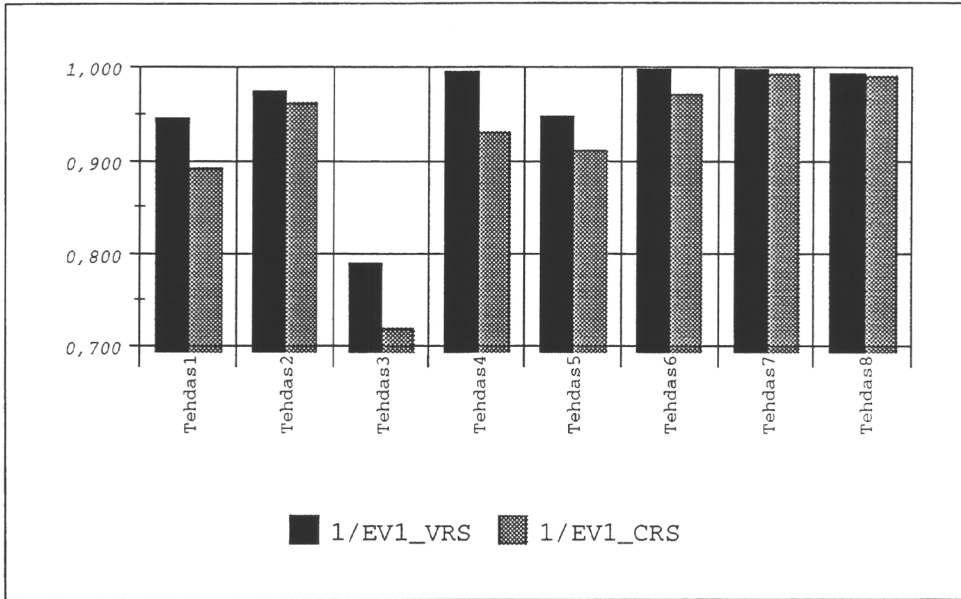
---

<sup>26</sup> Raaka-ainepanos on muodostettu vuodenaikana ostettujen raaka-aineiden eikä vuodenaikana käytettyjen raaka-aineiden arvosta. Selluteollisuudessa erityisesti puuraaka-ainevarat ovat suhteellisen suuria ja niiden huomioimisella saattaisi olla vaikutusta tuloksiin. Muiden muuttujien osalta mahdolliset varastot ovat kuitenkin huomioitu.

<sup>27</sup> Skaalatehokkuuden mielessä tehdas 4 voisi tehostaa toimintaansa muuttamalla tuotannon suuruutta.



**Kuvio 4.5.** Tehokkuusmittojen EV1\_VRS ja EV1\_CRS käänteislukujen tehdas-kohtaiset keskiarvot.



## 5 LOPUKSI

Tehokkuus on käsite, josta on arkikielessä liiankin helppo puhua. Kuitenkin taloustieteen kannalta tehokkuuden käsite on ongelmallinen, sillä esimerkiksi tuotantoteoriassa oletetaan usein, että yritysten toiminta on tehokasta. Tämä täystephokkuuden oletus on eräissä tapauksissa hyvin arveluttava, ja on luontevaa ajatella, että esimerkiksi huonon johtamisen takia yritys ei välttämättä toimi tehokkaimmalla mahdollisella tavalla.

Tässä tutkimuksessa perinteistä tuotantoteoriaa laajennettiin siten, että yrityksille sallittiin myös tehoton käyttäytyminen. Tämä tapahtui siirtymällä reaaliarvoisen tuotantofunktion käsitteestä joukkoarvoisen tuotantokuvauksen käsitteeseen. Tuotantokuvauksen tarkka määritelmä esitettiin tutkimuksen luvussa 2. Lisäksi luvussa 2 määriteltiin teknisen tehokkuuden käsite, joka laajennettiin koskemaan myös saastuttavia tuotantoprosesseja. Tämän jälkeen tutkimuksen luvussa 3 esiteltiin ns. ei-parametrinen, lineaariseen optimointiin perustuva tutkimusmenetelmä, jonka avulla teknistä tehokkuutta voidaan mitata. Esityksessä kyseistä menetelmää lähestyttiin kaksivaiheisesti. Aluksi perehdyttiin paloittain lineaariseen tekniikkamalliin, jonka jälkeen muodostettiin tehokkuusmitta. Menetelmän edellyttämät oletukset tuotiin mahdollisimman selvästi esille, ja niistä keskusteltiin luvun 3 lopussa. Lisäksi luvussa 3 osoitettiin, että esitetty tutkimusmenetelmä on sopusoinnussa teoreettisen viitekehyksen kanssa. Tutkimuksen empiirisessä osassa kyseistä menetelmää sovellettiin kahdeksasta sulfaattiselluloosatehtaasta koostuvaan paneeliaineistoon, jossa havainnot olivat peräisin ajanjaksolta 1972-1990.

Saaduista tuloksista voidaan päätellä, että koko havaintoaineiston tasolla tehotomuus on ollut varsin vähäistä. Keskimäärin sellutehtaille aiheutui tehotomuudesta neljän prosenttiyksikön suuruinen tehokkuustappio. Toisin sanoen, ajanjaksolla 1972-1990 havaintoaineiston tehtaiden tuotanto oli keskimäärin 96 % optimaalisesta (teknisesti tehokkaasta) tilanteesta. Lähemmin tarkasteltuna tehokkuusluvut paljastavat mielenkiintoisia piirteitä. Vuositasolla havaitaan, että

tehokkuus on ollut suurimmillaan taloudellisten noususuhdanteiden aikana, kun taas laskusuhdanteiden aikana tehottomuus on selvästi lisääntynyt. Lisäksi käy ilmi, että tehtaiden väliset tehokkuusvaihtelut ovat vuosittaisia tehokkuuseroja suuremmat eli tehtaiden tehokkuudet poikkeavat selkeästi toisistaan.

Tutkimukselle keskeistä on myös se, että tehtaiden ympäristöpäästöt on huomioitu tehokkuusmittauksessa ns. heikosti hävitettävänä lopputuotteina. Tuloksista voidaan päätellä, että tehokkuusarvot muuttuvat oleellisesti, jos ympäristöpäästöjä ei sisällytetä tarkasteluun. Kyseistä tulosta voidaan pitää epäsuorana osoituksena siitä, että saasteet tulisi huomioida selluteollisuutta koskevissa tutkimuksissa.

Korostettakoon, että tutkimuksessa on keskitytty yksinomaan teknisen tehokkuuden mittaamiseen. Kiinnostavaa olisi laajentaa tutkimusta myös muiden tehokkuuskäsitteiden piiriin. Lisäksi tehokkuustarkastelut yksinään antavat yritysten toiminnasta vain osittaisen käsityksen. Kattavampi yritysten toiminnan analysointi edellyttäisi myös tuottavuuden mittaamista. Tällöin olisi mielekästä käyttää ns. Malmquistin tuottavuusindeksiä, jonka soveltaminen on luontevalla tavalla liitettävissä esitettyyn ei-parametriseen lähestymistapaan (ks. esim. *Färe-Grosskopf-Lindgren-Roos 1992, Grosskopf 1993 ja Färe-Grosskopf-Norris-Zhang 1994*). Kaikkiaan tehokkuus- ja tuottavuusanalyysi on kiinnostava aihealue, jossa kansantaloustieteen, tilastotieteen ja operaatioanalyysin menetelmiä käytetään rinnakkain.

## LÄHTEET

- ALI, A. I. – SEIFORD, L. M. (1993): *The Mathematical Programming Approach to Efficiency Analysis*. Teoksessa FRIED, H. O. – LOVELL, C. A. K. – SCHMIDT, S. S. (toim): *The Measurement of Productive Efficiency*. Oxford University Press.
- BERNDT, E. R. (1991): *The Practice of Econometrics*. Addison-Wesley.
- BJUREK, H. – HJALMARSSON, L. – FØRSUND, F. (1990): Deterministic Parametric and Nonparametric Estimation of Efficiency in Service Production. *Journal of Econometrics* 46, 213 - 227.
- CHAMBERS, R. G. (1988): *Applied production analysis. A dual approach*. Cambridge University Press.
- CHAMBERS, R. G. (1989): Recent Developments in Production Economics. *Economic Record*, September 1989, 243–264.
- CHAMBERS, R. G. – FÄRE, R. – GROSSKOPF, S. (1994): Efficiency, Quantity Indexes, and Productivity Indexes: A Synthesis. *Bulletin of Economic Research* 46, 1, 1 - 21.
- CHARNES, A. – COOPER, W. W. – RHODES, E. (1978): Measuring the Efficiency of Decision Making Units. *European Journal of Operational Research* 2, 429 - 444.
- FARRELL, M. J. (1957): The Measurement of Productive Efficiency. *Journal of Royal Statistical Society*, Vol. 120 Part III, 253 - 281.
- FERRIER, G. D. – HIRSCHBERG, J. G. (1994): *Bootstrapping DEA Efficiency Scores: With An Application to Italian Banks*. Esitelmä, TIMS XXXII Conference, Anchorage, Alaska, kesäkuu 12 - 15, 1994.
- FUSS, M. – McFADDEN, D. (toim.) (1978): *Production Economics: A Dual Approach to Theory and Applications*. Vols. 1&2. North-Holland.
- FÄRE, R. (1988): *Fundamentals of Production Theory*. Springer-Verlag.
- FÄRE, R. (1991): *Productivity Gauging with Undesirable Outputs*. Julkaisematon käsikirjoitus.
- FÄRE, R. – GROSSKOPF, S. – LINDGREN, B. – ROOS, P. (1992): Productivity Changes in Swedish Pharmacies 1980–1989: A Non-Parametric Malmquist Approach. *The Journal of Productivity Analysis* 3, 85 - 101.

- FÄRE, R. – GROSSKOPF, S. – LOVELL, C. A. K. (1983): The Structure of Technical Efficiency. *Scandinavian Journal of Economics* 2, 181 - 190.
- FÄRE, R. – GROSSKOPF, S. – LOVELL, C. A. K. (1985): *The Measurement on Efficiency of Production*. Kluwer-Nijhoff.
- FÄRE, R. – GROSSKOPF, S. – LOVELL, C. A. K. (1994): *Production Frontiers*. Cambridge University Press.
- FÄRE, R. – GROSSKOPF, S. – LOVELL, C. A. K. – PASURKA, C. (1989): Multilateral Productivity Comparisons When Some Outputs Are Undesirable: A Nonparametric Approach. *The Review of Economics and Statistics*, February 1989, 90 - 98.
- FÄRE, R. – GROSSKOPF, S. – NORRIS, M. – ZHANG, Z. (1994): Productivity Growth, Technical Progress, and Efficiency Change in Industrialized Countries. *The American Economic Review* 84, 1, 66 - 83.
- FÄRE, R. – GROSSKOPF, S. – PASURKA, C. (1986): Effects on Relative Efficiency in Electric Power Generation Due To Environmental Controls. *Resources and Energy* 8, 167 - 184.
- FÄRE R. – GROSSKOPF, S. – PASURKA, C. (1989): The Effect of Environmental Regulations on the Efficiency of Electric Utilities: 1969 versus 1975. *Applied Economics*, 21, 225 - 235.
- FØRSUND, F. R. (1992): The DEA Programme for Calculating Efficiency. Teoksessa LEPPÄNEN, S. – LOIKKANEN, H. A. (toim.): Proceedings of the Workshop on the Evaluation of Public Sector Performance. VATT-julkaisu 7. Helsinki.
- FØRSUND, F. R. – HJALMARSSON, L. (1987): *Analysis of Industrial Structure: A Putty-Clay Approach*. Almqvist & Wiksell International.
- FØRSUND, F. R. – LOVELL, C. A. K. – SCHMIDT, P. (1980): A Survey of Frontier Production Functions and of Their Relationship to Efficiency Measurement. *Journal of Econometrics* 13, 5 - 25.
- GROSSKOPF, S. (1986): The Role of Reference Technology in Measuring Productive Efficiency. *The Economic Journal*, 96, 499 - 513.
- HETEMÄKI, L. (1992a): Katsaus tuotantoteorian sovelluksiin: etäisyysfunktiot ja joustavat funktiomuodot. *Metsäntutkimuslaitoksen tiedonantoja* 429.
- HETEMÄKI, L. (1992b): Katsaus tuotantoteorian viimeaikaiseen kirjallisuuteen: etäisyysfunktiot ja joustavat funktiomuodot. *Kansantaloudellinen aikakauskirja* 4, 458 - 472.

- HETEMÄKI, L. (1994a): The Impact of Pollution Control on a Firm Production Technology and Efficiency: A Stochastic Distance Function Approach. Teoksessa BRÄNNLUND, R. – KRISTRÖM, B. – LÖFGREN, K.-G. (toim): *Proceedings of Environmental Economics Conference Held at Ulvön, Sweden, June 10-13, 1993*. Swedish University of Agricultural Sciences, Department of Forest Economics, Report no. 106.
- HETEMÄKI, L. (1994b): Do Environmental Regulations Lead Firms Into Trouble? Evidence From A Two-Stage Distance Function Model With Panel Data. *Metsäntutkimuslaitoksen tiedonantoja 509*.
- IMSL MATH/LIBRARY. Fortran Subroutines for Mathematical Applications. Version 1. IMSL, Inc. 1987.
- INTRILLIGATOR, M. D. (1971): *Mathematical Optimization and Economic Theory*. Prentice-Hall.
- KIRJAVAINEN, T. – LOIKKANEN, H. A. (1993): Lukioiden tehokkuuseroista – DEA-menetelmän sovellus lukioiden tehokkuuserojen arvioimiseksi. *VATT Tutkimuksia 16*.
- KROGERUS, M. – HYNNINEN, P. (1992): Sellu- ja paperiteollisuuden päästöjen käsittelyvaihtoehdot ja kustannukset. *Vesi- ja ympäristöhallinnon julkaisuja, sarja A, 114*.
- KUUSSAARI, H. (1993): Productive Efficiency in Finnish Local Banking During 1985-1990. *Bank of Finland Discussion Papers 14/93*.
- LILJA, R. – POHJOLA, M. (1993): Helsingin kauppakorkeakoulun aineiden tehokkuusvertailu. *Kansantaloudellinen aikakauskirja 4, 489 - 501*.
- LOVELL, C. A. K. (1993): Production Frontiers and Productive Efficiency. Teoksessa FRIED, H. O. – LOVELL, C. A. K. – SCHMIDT, S. S. (toim): *The Measurement of Productive Efficiency*. Oxford University Press.
- LUOMA, K. – JÄRVIÖ, M.-L. (1994): Data envelopment analyysi terveyskeskusten tuottavuuseroista Suomessa v. 1991. *VATT Keskustelualoitteita 60*.
- MARTIKAINEN, M. (1993): Julkisen sektorin tuottavuus: DEA-menetelmä työvoimatoimistojen tehokkuuden arvioimisessa. *VATT Keskustelualoitteita 56*.
- METSÄTILASTOLLINEN VUOSIKIRJA 1992. Metsäntutkimuslaitos. Helsinki.
- NISHIMIZU, M. – PAGE, J. M. (1982): Total Factor Productivity Growth, Technological Progress and Technical Efficiency Change: Dimensions of Productivity Change in Yugoslavia 1965-1978. *Economic Journal 92, 920 - 936*.

- PETERSEN, N. C. (1990): Data Envelopment Analysis on a Relaxed Set of Assumptions. *Management Science* 36, 3, 305 - 314.
- SEIFORD, L. M. – THRALL, R. B. (1990): Recent Developments in DEA. *Journal of Econometrics* 46, 7 - 38.
- SHEPHARD, R. W. (1953): *Cost and Production Functions*. Princeton University Press.
- SHEPHARD, R. W. (1970): *Theory of Cost and Production Functions*. Princeton University Press.
- SIMULA, M. (1979): *Tuottavuus Suomen metsäteollisuudessa*. Lisensiaattityö. Helsingin Yliopisto.
- SUMMA, T. (1986): Intra-Industrial Technical Progress and Structural Change. *Elinkeinoelämän tutkimuslaitoksen julkaisuja, A 11*.
- TAKAYAMA, A. (1974): *Mathematical Economics*. The Dryden Press.
- TOROPAINEN, M. (1994): Voiko metsäsektori nostaa kansantalouden lamasta. Julkaisussa TOROPAINEN, M. – MÄKKELI, P. (toim): Metsäsektori myllerryksessä. *Metsäntutkimuslaitoksen tiedonantoja 500*.
- TULKENS, H. (1993): On FDH Efficiency Analysis: Some Methodological Issues and Applications to Retail Banking, Courts, and Urban Transit. *The Journal of Productivity Analysis* 4, 183 - 210.
- WAHLSTRÖM, E. – REINIKAINEN, T. – HALLANARO, E. (1992): *Ympäristön tila Suomessa*. Gaudeamus.

## LIITE 1. Optimointitehtävän (3.9) linearisointi

Optimointitehtävä (3.9) on muotoa

$$EV(\mathbf{v}^k, \mathbf{w}^k, \mathbf{x}^k) = \max \lambda$$

siten että

$$(3.9) \quad \begin{aligned} \text{(i)} \quad & \lambda \mathbf{v}^k \leq \sum_{i=1}^K \theta z_i \mathbf{v}^i \\ \text{(ii)} \quad & \mathbf{w}^k = \sum_{i=1}^K \theta z_i \mathbf{w}^i \\ \text{(iii)} \quad & \mathbf{x}^k \geq \sum_{i=1}^K z_i \mathbf{x}^i \\ \text{(iv)} \quad & \sum_{i=1}^K z_i = 1 \\ \text{(v)} \quad & z_i \geq 0 \\ \text{(vi)} \quad & 0 \leq \theta \leq 1. \end{aligned}$$

Oletetaan aluksi, että  $\theta = 0$ . Tällöin (i)-rajoitteen oikea puoli saa arvon 0. Tästä seuraa, että  $\lambda = 0$ , koska säännöllisyys ehdon (II) mukaisesti  $\mathbf{v}^k > 0$ . Tämä ei voi kuitenkaan olla maksimi, sillä lauseen 3.3 mukaan  $\lambda \geq 1$ . Siten voidaan vapaasti olettaa, että  $\theta > 0$  ja kertoa  $\theta$ :lla rajoitteet (iii) - (v). Tällöin (3.9) saa muodon



$$EV(\mathbf{v}^k, \mathbf{w}^k, \mathbf{x}^k) = \max \lambda$$

siten että

$$(i) \quad \lambda \mathbf{v}^k \leq \sum_{i=1}^K \theta z_i \mathbf{v}^i$$

$$(ii) \quad \mathbf{w}^k = \sum_{i=1}^K \theta z_i \mathbf{w}^i$$

$$(iii) \quad \theta \mathbf{x}^k \geq \sum_{i=1}^K \theta z_i \mathbf{x}^i$$

$$(iv) \quad \sum_{i=1}^K \theta z_i = \theta$$

$$(v) \quad \theta z_i \geq 0$$

$$(vi) \quad 0 < \varepsilon \leq \theta \leq 1.$$

(3.9')

Tehdään muuttujamuunnos  $y_i = \theta z_i$ , jolloin (3.9') on saatu lineaariseen muotoon (3.10).

$$EV(\mathbf{v}^k, \mathbf{w}^k, \mathbf{x}^k) = \max \lambda$$

siten että

$$\lambda \mathbf{v}^k \leq \sum_{i=1}^K y_i \mathbf{v}^i$$

$$\mathbf{w}^k = \sum_{i=1}^K y_i \mathbf{w}^i$$

$$\theta \mathbf{x}^k \geq \sum_{i=1}^K y_i \mathbf{x}^i$$

$$\sum_{i=1}^K y_i = \theta, \quad y_i \geq 0$$

$$0 < \varepsilon \leq \theta \leq 1,$$

(3.10)

jossa  $\varepsilon$  on pieni positiivinen vakio.

## **LIITE 2. Tutkimuksen aineisto**

Tutkimuksen havaintoaineiston muodostaa kahdeksan sulfaattisellutehdasta. Aineisto on kerätty kahdesta eri lähteestä: Tehdaskohtaiset tiedot työvoimasta, pääomasta ja raaka-aineista on saatu Tilastokeskuksesta (Teollisuuden yleislomake) ja tehdaskohtaiset tiedot vesistö päästöistä Vesi- ja ympäristöhallituksesta (Vesiensuojelun lomake A). Lisäksi eräiden havaintojen osalta tietoja täydennetty ja korjattu suoraan tehtailta saatujen tietojen perusteella. Havainnot ovat vuosittaisia havaintoja ajanjaksolta 1972-1990. Havaintoja on siten koko aineistossa 152 kpl (19 havaintoa kustakin kahdeksasta tehtaasta). Aineisto on luottamuksellinen, joten tehtaista käytetään koodinumeroita 1-8. Analyysissä käytetyt tuotantopanos- ja lopputuotemuuttajat on muodostettu seuraavasti.

### **Sulfaattiselluloosan määrä (PRODQ)**

Tehtaan tuottama sulfaattiselluloosan määrä vuodessa (tonnia).

### **Jätevesivirtaama (FLOW)**

Tehtaan vuotuinen jätevesimäärä (m<sup>3</sup>).

### **Biologinen hapenkulutus (BOD)**

Tehtaan aiheuttama biologinen hapenkulutus (BHK7) vuodessa (tonnia).

### **Tehtyjen työtuntien lukumäärä (L)**

Tehtaan toimihenkilöiden ja työntekijöiden vuodessa tekemien työtuntien yhteenlaskettu lukumäärä (tuntia).

**Raaka-aineiden kiinteähintainen arvo (R90)**

Tehtaan vuoden aikana ostamien ns. teollisten tuotantopanosten arvo, joka on deflatoitu raaka-aineiden tukkuhintaindeksillä.

**Pääomavarannon kiinteähintainen arvo (K90)**

Tehtaiden pääomatiedot luokiteltiin seuraavasti: (a) asuinrakennukset; (b) muut talonrakennukset; (c) koneet, laitteet ja kalusto; (d) kuljetusvälineet; (e) maa- ja vesirakennukset; (f) muu aineellinen käyttöomaisuus. Kustakin pääomaluokasta kerättiin vuosien 1972-1973 osalta tietoja vuosittaisista pääomakannan arvoista. Vuosilta 1974-1990 kustakin pääomaluokasta kerättiin tietoja vuosittaisista bruttoinvestoinneista. Pääomasarjat deflatoitiin investointihyödykkeiden tukkuhintaindeksillä ja kullekin pääomaluokalle muodostettiin vuosille 1974-1990 varantosuure kaavasta (ks. esim. *Berndt 1991, 229*)

$$(L1) \quad K_t = (1 - \delta) K_{t-1} + I_t$$

jossa  $K_t$  on pääomakanta vuonna  $t$ ,  $I_t$  bruttoinvestoinnit vuonna  $t$  ja  $\delta$  poistokerroin. Sarjojen perusvuotena käytettiin vuotta 1973. Pääomasarjoille (c), (d) ja (f) käytettiin poistokertoimen arvoa 8,8 % ja sarjoille (a), (b) ja (e) arvoa 3,5 % (poistokertoimen arvot saatu tutkimuksesta *Simula 1979*). Pääomamuuttuja K90 on muodostettu kaikkien pääomakantasarjojen (a, b, c, d, e, f) vuosittaisena summana.

## LIITE 3. Tehokkuusluvut

Taulukko L1. Tehokkuusmitan 1/EV1\_VRS arvot.

Vuosi	Tehdas								Keskiarvo
	1	2	3	4	5	6	7	8	
1972	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
1973	1,000	1,000	1,000	1,000	0,976	1,000	1,000	1,000	0,997
1974	1,000	1,000	0,791	1,000	1,000	1,000	0,994	1,000	0,973
1975	0,785	1,000	0,665	1,000	0,964	1,000	1,000	0,920	0,917
1976	0,847	0,705	0,792	1,000	1,000	1,000	1,000	0,975	0,915
1977	0,772	0,805	0,777	1,000	1,000	0,975	1,000	1,000	0,916
1978	0,789	1,000	0,686	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,934
1979	1,000	1,000	1,000	1,000	0,917	1,000	1,000	1,000	0,990
1980	0,984	1,000	0,821	1,000	0,970	1,000	1,000	1,000	0,972
1981	1,000	1,000	0,808	1,000	0,865	1,000	1,000	1,000	0,959
1982	0,864	0,996	0,656	1,000	0,768	1,000	0,982	1,000	0,908
1983	0,921	1,000	0,791	1,000	0,940	1,000	1,000	1,000	0,957
1984	1,000	1,000	0,805	1,000	0,905	1,000	1,000	1,000	0,964
1985	1,000	1,000	0,737	1,000	0,869	1,000	1,000	1,000	0,951
1986	1,000	1,000	0,705	1,000	0,854	1,000	1,000	1,000	0,945
1987	1,000	1,000	0,655	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,957
1988	1,000	1,000	0,793	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,974
1989	1,000	1,000	0,778	0,924	1,000	1,000	1,000	1,000	0,963
1990	1,000	1,000	0,748	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,968
Keskiarvo	0,945	0,974	0,790	0,996	0,949	0,999	0,999	0,994	0,956

Taulukko L2. Tehokkuusmitan 1/EV1\_CRS arvot.

Vuosi	Tehdas								Keskiarvo
	1	2	3	4	5	6	7	8	
1972	1,000	1,000	0,718	1,000	0,912	1,000	1,000	1,000	0,954
1973	1,000	1,000	0,720	1,000	0,852	1,000	1,000	1,000	0,946
1974	0,721	1,000	0,673	0,874	0,813	0,988	0,940	1,000	0,876
1975	0,487	1,000	0,625	0,772	0,744	0,989	1,000	0,899	0,814
1976	0,636	0,669	0,595	0,744	1,000	0,893	1,000	0,948	0,811
1977	0,772	0,680	0,609	0,730	1,000	0,871	0,979	1,000	0,830
1978	0,774	0,954	0,671	0,952	1,000	0,915	1,000	1,000	0,908
1979	0,949	1,000	0,921	1,000	0,906	1,000	1,000	1,000	0,972
1980	0,888	1,000	0,743	0,894	0,952	1,000	1,000	1,000	0,935
1981	1,000	1,000	0,759	0,946	0,860	1,000	1,000	1,000	0,946
1982	0,838	0,995	0,654	0,952	0,768	0,932	0,981	1,000	0,890
1983	0,886	1,000	0,787	1,000	0,940	1,000	1,000	0,983	0,949
1984	1,000	1,000	0,793	1,000	0,898	1,000	1,000	1,000	0,961
1985	1,000	1,000	0,735	1,000	0,864	1,000	1,000	1,000	0,950
1986	1,000	1,000	0,704	1,000	0,819	1,000	1,000	1,000	0,940
1987	1,000	1,000	0,645	1,000	0,982	0,901	1,000	1,000	0,941
1988	1,000	1,000	0,790	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,974
1989	1,000	1,000	0,770	0,914	0,987	1,000	1,000	1,000	0,959
1990	1,000	1,000	0,741	0,895	1,000	1,000	1,000	1,000	0,954
Keskiarvo	0,892	0,963	0,718	0,930	0,910	0,973	0,995	0,991	0,922

Taulukko L3. Tehokkuusmitan 1/EV2\_VRS arvot.

Vuosi	Tehdas								Keskiarvo
	1	2	3	4	5	6	7	8	
1972	1,000	0,835	0,895	1,000	1,000	0,996	1,000	1,000	0,966
1973	0,929	0,760	0,799	1,000	0,913	0,998	1,000	1,000	0,925
1974	0,965	0,732	0,749	0,837	0,909	0,855	0,943	1,000	0,874
1975	0,606	0,526	0,573	1,000	0,741	0,674	1,000	0,824	0,743
1976	0,673	0,595	0,640	1,000	0,653	0,742	0,714	0,857	0,734
1977	0,593	0,591	0,654	1,000	0,653	0,721	0,571	1,000	0,723
1978	0,752	0,900	0,654	1,000	0,839	0,754	0,873	1,000	0,846
1979	1,000	0,915	0,718	1,000	0,861	0,852	0,997	1,000	0,918
1980	0,923	0,922	0,785	1,000	0,947	0,835	0,862	1,000	0,909
1981	0,923	0,905	0,769	1,000	0,839	0,839	0,813	1,000	0,886
1982	0,765	0,923	0,622	1,000	0,565	0,714	0,753	0,878	0,778
1983	0,797	0,873	0,669	1,000	0,852	0,809	0,836	0,992	0,854
1984	0,776	0,818	0,626	1,000	0,881	0,782	0,753	1,000	0,830
1985	0,823	0,811	0,589	1,000	0,810	0,778	0,769	0,980	0,820
1986	0,639	0,879	0,624	1,000	0,771	0,881	0,821	0,971	0,823
1987	0,698	0,962	0,577	1,000	0,836	0,823	1,000	0,977	0,859
1988	0,787	1,000	0,768	1,000	0,931	1,000	0,994	1,000	0,935
1989	0,854	0,905	0,718	0,904	0,893	1,000	0,988	1,000	0,908
1990	0,856	0,944	0,715	0,863	0,880	0,854	1,000	1,000	0,889
Keskiarvo	0,808	0,831	0,692	0,979	0,830	0,837	0,878	0,973	0,854

**Taulukko L4. Tehokkuusmitan 1/EV2\_CRS arvot.**

Vuosi	Tehdas								Keskiarvo
	1	2	3	4	5	6	7	8	
1972	0,802	0,796	0,695	1,000	0,839	0,975	0,872	1,000	0,872
1973	0,727	0,728	0,689	1,000	0,805	0,983	0,937	1,000	0,859
1974	0,626	0,710	0,637	0,808	0,721	0,823	0,781	1,000	0,763
1975	0,438	0,516	0,501	0,701	0,613	0,632	0,868	0,822	0,636
1976	0,512	0,571	0,550	0,711	0,577	0,704	0,489	0,693	0,601
1977	0,535	0,555	0,571	0,686	0,588	0,693	0,514	0,768	0,614
1978	0,666	0,812	0,587	0,888	0,747	0,736	0,794	1,000	0,779
1979	0,915	0,800	0,659	0,918	0,783	0,840	0,899	1,000	0,852
1980	0,843	0,829	0,725	0,792	0,867	0,828	0,778	1,000	0,833
1981	0,845	0,804	0,712	0,901	0,761	0,836	0,738	0,913	0,814
1982	0,709	0,820	0,565	0,796	0,518	0,706	0,676	0,832	0,703
1983	0,743	0,769	0,606	1,000	0,781	0,803	0,749	0,913	0,796
1984	0,772	0,810	0,617	0,967	0,845	0,779	0,735	1,000	0,816
1985	0,822	0,808	0,588	0,968	0,783	0,777	0,729	0,979	0,807
1986	0,639	0,845	0,606	0,909	0,756	0,880	0,772	0,952	0,795
1987	0,697	0,916	0,550	1,000	0,824	0,811	0,952	0,964	0,839
1988	0,785	0,954	0,758	1,000	0,920	1,000	0,945	0,916	0,910
1989	0,845	0,876	0,709	0,892	0,885	1,000	0,939	0,932	0,885
1990	0,851	0,914	0,708	0,843	0,877	0,852	0,950	0,991	0,873
Keskiarvo	0,725	0,781	0,633	0,883	0,763	0,824	0,796	0,930	0,792

## LIITE 4. Matemaattiset merkinnät

Olkoot A ja B joukkoja

$\in$	$a \in A$	a kuuluu joukkoon A;
$\notin$	$a \notin A$	a ei kuulu joukkoon A;
$\subseteq$	$A \subseteq B$	A on joukon B osajoukko, eli $a \in A \Rightarrow a \in B$ ;
$\{a \in A \mid *\}$		A:n osajoukko, joka täyttää ehdon *;
$\mathfrak{R}_+^n$		ei-negatiivinen, n-ulotteinen reaalilukuavaruus;
$x, u, v, w, z, y$		vektoreita; huomaa, että havaintojen yhteydessä esim. merkintä $x^i = (x^i_1, x^i_2, \dots, x^i_n)$ tarkoittaa i:nnen havainnon panosvektoria, jossa on n komponenttia;
$\alpha, \theta, \delta, \lambda, \varepsilon$		skalaareja;
$\geq$	$a, b \in \mathfrak{R}_+^n$	$a \geq b$ jos ja vain jos $a_j \geq b_j, j = 1, \dots, n$ ;
$>$	$a, b \in \mathfrak{R}_+^n$	$a > b$ jos ja vain jos $a_j > b_j, j = 1, \dots, n$ ;
$\forall$		kaikille.









ISBN 951-40-1384-0  
ISSN 0358-4283