



# FOLIA FORESTALIA

METSÄNTUTKIMUSLAITOS  
THE FINNISH FOREST RESEARCH INSTITUTE  
HELSINKI 1991

781

Hannu Hökkä, Marja-Leena Piironen & Timo Penttilä

LÄPIMITTAJAKAUMAN ENNUSTAMINEN WEIBULL-JAKAUMALLA  
POHJOIS-SUOMEN MÄNTY- JA KOIVUVALTAISISSA  
OJITUSALUEMETSIKÖISSÄ

The estimation of basal area-dbh distribution using the Weibull-function for  
drained pine- and birch dominated and mixed peatland stands in north Finland



METSÄNTUTKIMUSLAITOS  
*THE FINNISH FOREST RESEARCH INSTITUTE*

Osoite: Unioninkatu 40 A  
*Address:* SF-00170 Helsinki, Finland

Puhelin: (90) 857 051  
*Phone:*

Telex: 121286 metla sf  
Telefax: (90) 625 308

Ylijohtaja: <i>Director:</i>	Professori <i>Professor</i>	Eljas Pohtila
Julkaisujen jakelu: <i>Distribution of publications:</i>	Kirjastonhoitaja <i>Librarian</i>	Liisa Ikävalko-Ahvonen
Julkaisujen toimitus: <i>Editorial office:</i>	Toimittajat <i>Editors</i>	Seppo Oja Tommi Salonen

Metsäntutkimuslaitos on maa- ja metsätalousministeriön alainen vuonna 1917 perustettu valtion tutkimuslaitos. Sen päätehtävänä on Suomen metsätaloutta sekä metsävarojen ja metsien tarkoituksenmukaista käyttöä edistävä tutkimus. Metsäntutkimustyötä tehdään lähes 800 hengen voimin yhdeksällä tutkimusosastolla ja kymmenellä tutkimus- ja koeasemalla. Tutkimus- ja koetointia varten laitoksella on hallinnassaan valtion-metsiä yhteensä n. 150 000 hehtaaria, jotka on jaettu 17 tutkimusalueeseen ja joihin sisältyy kaksi kansallis- ja viisi luonnonpuistoa. Kenttäkokeita on käynnissä maan kaikissa osissa.

*The Finnish Forest Research Institute, established in 1917, is a state research institution subordinated to the Ministry of Agriculture and Forestry. Its main task is to carry out research work to support the development of forestry and the expedient use of forest resources and forests. The work is carried out by means of 800 persons in nine research departments and ten research stations. The institute administers state-owned forests of over 150 000 hectares for research purposes, including two national parks and five strict nature reserves. Field experiments are in progress in all parts of the country.*



Hannu Hökkä, Marja-Leena Piironen & Timo Penttilä

LÄPIMITTAJAKAUMAN ENNUSTAMINEN WEIBULL-JAKAUMALLA  
POHJOIS-SUOMEN MÄNTY- JA KOIVUVALTAISISSA  
OJITUSALUEMETSIKÖISSÄ

The estimation of basal area-dbh distribution using the Weibull-function for  
drained pine- and birch dominated and mixed peatland stands in north Finland

*Approved on 8.5.1991*

SISÄLLYS

1. JOHDANTO .....	3
11. Taustaa .....	3
12. Tutkimusongelma ja tutkimuksen tavoite .....	3
13. Tutkimusmenetelmä .....	4
2. AINEISTO .....	5
21. Otanta .....	5
22. Aineiston kuvaus .....	5
221. Kasvupaikka- ja metsikkötunnukset .....	5
222. Puuston dimensioita kuvaavat tunnuksat .....	6
3. WEIBULL-PARAMETRIEN LASKENTA .....	8
31. Läpimittajakaumien kuvaaminen .....	8
32. Estimointimenetelmä .....	8
33. Estimoinnin tulokset .....	9
331. Aineiston läpimittajakaumat ja Weibull-funktion soveltuvuus niiden estimointiin .....	9
332. Parametristimaattien vertailu .....	10
4. PARAMETRIEN ENNUSTAMINEN MALLEILLA .....	12
41. Selitettävien parametrien ja selittävien muuttujien valinta .....	12
42. Mallien laatiminen .....	12
5. MALLIEN TESTAUS .....	15
51. Testiaineisto .....	15
52. Testausmenetelmä ja testauksen tulokset .....	16
521. Parametrien testaus .....	16
522. Jakaumatestaus .....	17
6. TULOSTEN TARKASTELU .....	18
KIRJALLISUUS – REFERENCES .....	20
SUMMARY .....	21



Hökkä, H., Piironen, M.-L., Penttilä, T. 1991. Lämpimittajakauman ennustaminen Weibull-jakaumalla Pohjois-Suomen mänty- ja koivuvaltaisissa ojitusaluemetsiköissä. Summary: The estimation of basal area-dbh distribution using the Weibull-function for drained pine- and birch dominated and mixed peatland stands in north Finland. *Folia Forestalia* 781. 22 p.

Tutkimuksessa laadittiin Weibull-jakauman parametreille regressiomallit ojitusaluiden metsiköiden läpimittajakaumien ennustamiseksi kasvupaikka- ja puustotunnuksilla. Aineistona oli suometsien pysyvien kasvukoealojen (SINKA) ojitetut mänty- ja koivuvaltaiset koealat neljän pohjoisimman metsälautakunnan alueella, yhteensä 329 koealaa. Vuosikymmeniä ojituksen jälkeen jatkuvan pienten puiden lisääntymisen vuoksi ojitusaluemetsiköiden puiden koko ja tilajärjestys vaihtelevat enemmän kuin vastaavan kehitysvaiheen kangasmaiden metsiköissä.

Weibull-jakauman kolme parametria estimoitiin sovitamalla jakauman tiheysfunktioista johdettu logaritminen likelihöid-funktio koealojen mitattuun läpimittajakaumaan. Sekä runkoluvun että pohjapinta-alan läpimittajakauman parametrit estimoitiin. Regressiomallit muodostettiin kahdelle parametrille, jotka kuvaavat jakauman huipun sijaintia ja jakauman muotoa. Pohjapinta-alan läpimittajakauman parametrien malleissa tärkein selittävä muuttuja oli pohjapinta-alalla painotettu mediaanilämpimittaja. Lisäksi lämpösumma selitti jakauman muotoa. Kummallekin parametrille tehtiin lineaaristen mallien lisäksi kaksi Richardsin funktioiden muotoista epälineaarista mallia.

Riippumattomassa testiaineistossa, joka koostui suometsien käsittelykokeiden koealoista, tutkittiin malleilla ennustettujen ja Weibull-funktiolla estimoitujen parametrien välistä harhaa. Pienin harha oli epälineaarilla malleilla. Jakauman huipun sijaintia kuvaava parametri voitiin ennustaa tarkemmin kuin jakauman muotoa kuvaava parametri. Mallien kykyä ennustaa jakauman muotoa ja huipun sijaintia testattiin mallitusaineistossa. Mallit ennustavat mänty- ja koivuvaltaiten ojitusaluemetsien pohjapinta-alan läpimittajakauman tyydyttävän tarkasti.

Keywords: diameter distribution, Weibull-function, peatland, forest drainage  
FDC 521

Authors' addresses: Hökkä & Penttilä: Finnish Forest Research Institute, Rovaniemi Research Station, P.O. Box 16, SF-96301 Rovaniemi, Finland; Piironen: Finnish Forest Research Institute, Muhos Research Station, SF-91500 Muhos, Finland.

The three-parameter Weibull-function was fit by the maximum likelihood method to stem number- and basal area-dbh distributions in 329 drained peatland sample plot stands dominated by pine and birch. The material consists of a sub-sample of the plots of the 7th Finnish National Forest Inventory, altogether c. 600 permanent sample plots on peatlands in north Finland. Almost all stem number-dbh distributions were extremely right-skewed mounds. Models for the estimated shape and scale parameters of the basal area-dbh distribution were constructed. The most important variable in prediction equations of both parameters was the diameter of the tree of median basal area. Temperature sum was also used to predict the shape parameter. One linear and two non-linear models were constructed for each parameter. The models were tested using both the modelling data and the independent test data. In the test data, which consisted of thinning experiments on drained peatland stands in north Finland, minor underestimation of parameter values was noticed. Models will give satisfactory estimates of the basal area-dbh distribution in pine- and birch dominated drained peatland stands.

ISBN 951-40-1182-1  
ISSN 0015-5543

Tampere 1991. Tammer-Paino Oy



# 1. Johdanto

## 11. Taustaa

Metsätalouden suunnittelussa tarvittavat metsikön puustotunnukset voidaan laskea maastossa kerätyistä kuviotiedoista tarkimmin silloin, kun tunnetaan metsikköön kuuluvien puiden läpimittajakauma. Esimerkiksi puuston tilavuuden laskenta voidaan perustaa läpimittaluokittain laskettuihin tilavuuksiin ja vähentää puun rinnan- korkeusläpimitan ja tilavuuden välisestä epälinearisesta riippuvuudesta aiheutuvaa virhettä (Kilkki 1984). Jos jakauma voidaan mittausten sijasta saada selville vain muutamien arvioitujen metsikkötunnusten perusteella, tulee jakaumatiendon hyödyntäminen myös taloudellisesti kannattavaksi.

Läpimittajakauma on tunnettava tarkoin myös silloin, kun metsikön puuston kehitystä halutaan simuloida läpimittaluokittaisilla tai puukohtaisilla kasvumalleilla. Metsikön läpimittajakaumaan perustuvien kasvumallien soveltamisessa keskeisin tehtävä on juuri jakauman ennustavien mallien muodostaminen (Clutter ym. 1983).

Läpimittajakauman ennustamiseen on kehitetty regressiomalleja, joissa selittäjinä ovat tärkeimmät metsikkö- ja puustotunnukset kuten esimerkiksi pohjapinta-alamediaaniläpimitta, pohjapinta-ala ja ikä (esim. Päivinen 1980, Kilkki & Päivinen 1986, Mykkänen 1986, Maltamo 1988, Kilkki ym. 1989). Malleissa käytetään empiirisen jakauman määrittämisessä apuna teoreettista jakaumaa, jonka parametrien ja tärkeimpien metsikkötunnusten väliseen riippuvuuteen mallit perustuvat. Malleilla ennustetaan jakauman parametrit, jotka määräävät jakauman muodon ja sijainnin.

Teoreettinen jakauma estimoidaan jonkin todennäköisyysfunktion avulla, jolloin tasoitetaan empiirisen jakauman satunnainen vaihtelu ja etsitään empiiriselle jakaumalle tietty, yleisesti pätevä muoto. Parhaimmillaan funktio on jatkuva ja laskennallisesti yksinkertainen sekä joustava läpimittajakauman kaikkien muotojen kuvaamiseen. Lisäksi funktion tulisi olla parametreja estimoimalla helposti sovitettavissa metsiköstä mitattuihin puustotietoihin ja halutun läpimittaluokan runkoluvun tulee olla siitä helposti laskettavissa (Bailey & Dell 1973). Läpimittajakauman kuvaamisessa on käytetty mm. normaali-

li-, gamma-, Johnsonin SB-, Weibull- ja betajakaumaa (esim. Cajanus 1914, Nelson 1964, Bailey & Dell 1973, Burkhard & Strub 1974, Hafley & Schruder 1977, Päivinen 1980).

Suomessa tehdyt beta- ja Weibull-jakaumamallit perustuvat valtakunnan metsien inventoinnin (VMI) koepuukoeala-aineistoon. Malleja on sovellettu metsätalouden suunnittelun laskentaohjelmissa metsikköä kuvaavan puujoukon muodostamiseen puustotunnusten laskentaa ja kehitysvaihtoehtojen simulointia varten. Mallit on pyritty laatimaan ennen kaikkea metsikön valtapuuston läpimittajakaumaa ennustaviksi. Laadinta-aineiston ulkopuolelle on jätetty mm. sellaiset koealat, joilla läpimittajakauma on laskeva (Kilkki & Päivinen 1986, Mykkänen 1986, Maltamo 1988, Kilkki ym. 1989). Kivennäismaiden säännöllisissä, hoidetuissa, luontaisesti syntyneissä metsissä sekä viljelymetsissä oletus läpimittajakauman yksihuippuisuudesta lieneekin kohdallaan.

## 12. Tutkimusongelma ja tutkimuksen tavoite

Ojittamattomalla suolla puiden suhteellinen osuus runkoluvusta pienenee niiden koon kasvaessa, mikä ilmenee läpimittajakauman laskevana muotona eli ns. käänteisenä J-muotona (Heikurainen 1971, Gustavsen & Päivänen 1986). Luonnontilaisten soiden puuston epäyhdenäisen rakenteen säilyminen ojitetulla suolla hyvin pitkään on todettu aiemmin (Hökkä & Laine 1988).

Ojituksen jälkeen metsikön runkoluku kasvaa pienten puiden määrän lisääntyessä (Hånell 1984). Jakauman laskeva muoto muuttuu samalla jyrkemmäksi (Hökkä & Laine 1988). Ilmiö aiheutuu suurelta osalta siitä, että ennen ojitusta syntyneet ja osaksi myös ojituksen jälkeen syntyneet, alle 1,3 m pitkät puut saavuttavat mittauskorkeuden. Tämä muutos on nopeampi kuin järeytymisestä aiheutuva puiden siirtyminen suurempiin läpimittaluokkiin. Jakauman tasoittuminen tai huipun siirtyminen pois pienimmästä läpimittaluokasta tapahtuu keskimäärin vasta 30-50 vuoden kuluttua ojituksesta (Hökkä & Laine 1988).

Varsinkin nevaraisten soiden luontaisesti vä-



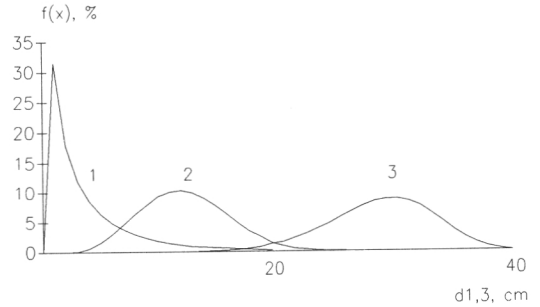
häpuustoiset metsiköt täydentyvät ojituksen jälkeen nopeasti uusilla pienillä puilla. Pienet puut muodostavat usein hyvinkasvavan ja voimakkaasti kehittyvän osan puustosta. Sillä on metsikön myöhemmänkin kehityksen kannalta oleellisesti suurempi merkitys kuin vastaavalla puuston osalla kangasmaiden metsiköissä.

Ojitusaluemetsiköiden läpimittajakauman muoto poikkeaa siis kehitysvaiheeltaan vastaavassa kivennäismaan metsikössä todetusta, mikä vuoksi kivennäismaiden metsiä varten laaditut mallit tuottavat turvemalle sovellettuna ilmeisen virheellisen läpimittajakauman. Jos läpimittajakaumaa tarvitaan vain puustotunnusten laskentaan inventointitiedoista, ei pienten puiden osuuden epätarkka arviointi johda kovinkaan suureen virheeseen esimerkiksi tilavuuden arvioinnissa. Sen sijaan silloin, kun ojitusalueiden metsiköissä tehdään nykypuuston pohjalta pitkälle tulevaisuuteen ulottuvia kehitysnusteita, tulisi läpimittajakauma arvioida myös pieniläpimittaisien puiden osalta mahdollisimman tarkasti.

Tämän tutkimuksen tavoitteena on selvittää, voidaanko erikokoisrakenteisten ojitusaluemetsiköiden läpimittajakauma tasoittaa matemaattisella funktiolla ja edelleen voidaanko funktion parametrit määrittää vain muutaman, helposti mitattavan metsikkötunnuksen avulla. Sekä metsikön kehityksen simulointia että myös käytännön sovellutuksia varten tarvitaan malleja, jotka ennustavat kyseisillä metsikkötunnuksilla tasoituksessa käytetyn tiheysfunktion parametrit ja määräävät niiden kautta sekä jakauman sijainnin että sen muodon.

### 13. Tutkimusmenetelmä

Läpimittajakauman kuvauksessa Baileyn & Dellin (1973) esittelemä Weibull-jakauma (yhtälöt 1 ja 2, kuva 1) lähinnä joustavuutensa ja helpon sovellettavuutensa ansiosta on saavuttanut suosiota (esim. Kilkki & Päivinen 1986, Kilkki ym. 1989). Lisäksi Weibull-jakauma on todettu varsin luotettavaksi kuvattaessa erimuotoisia läpimittajakaumia (esim. Burkhard & Strub 1974, Droessler & Burk 1989). Weibull-jakaumaa on aiemmin sovellettu etupäässä säännöllisiin ja tasaikäisiin metsiköihin (esim. Rennols ym. 1985), mutta sovittamista laskevaan tai äärimmäisen oikealle vinoon jakaumaan on myös kokeiltu (Zutter ym. 1986, Eriksson & Sallnäs 1987). Baileyn ja Dellin (1973) mukaan laskeva jakauma voidaan kuvata eksponenttijakaumalla



Kuva 1. Weibull-funktion tuottamia jakaumia parametrien  $a$ ,  $b$  ja  $c$  kolmella erilaisella arvoyhdistelmällä. Yhdistelmät vastaavat tutkimusaineiston pohjapinta-alajakaumien parametriestimaattien minimi- (1), keski- (2) ja maksimiarvoja (3).

Figure 1. Distributions produced by the Weibull-function with three different combinations of parameters  $a$ ,  $b$  and  $c$ . Combinations correspond to the minimum (1), mean (2) and maximum (3) values of the parameters estimated from the basal area-dbh distribution data.

silloin, kun läpimitan lähestyessä nolaa luokkien frekvenssi kohooa hyvin nopeasti kohti positiivista ääretöntä. Lienee kuitenkin niin, että suurin osa ns. laskevista jakaumista on itse asiassa äärimmäisen oikealle vinoja yksihuippuisia jakaumia.

Mainittujen ominaisuuksiensa, aiempien tutkimusten antamien tulosten sekä Suomessa metsätalouden suunnittelun laskentaohjelmistoissa jo käytettävien läpimittajakaumamallisovellutusten vuoksi tässä tutkimuksessa päädyttiin empiirisen jakauman kuvauksessa Weibull-jakaumaan.

Weibull-jakauma määritetään kolmen parametrin avulla. Ne kuvaavat jakauman alarajaa, jakauman muotoa ja jakauman huipun sijaintia vaihteluvälillä. Weibull-jakauma voidaan määrittää myös kahden parametrin avulla, jos alaraja oletetaan kiinteäksi.

$$f = c/b((x-a)/b)^{c-1} \exp(-((x-a)/b)^c), \quad (a \leq x < \infty) \quad (1)$$

$$= 0, \quad (x < a)$$

$x$  = muuttuja (läpimitta) – variable (diameter)  
 $a$  = sijaintiparametri – location parameter  
 $b$  = skaalausparametri – scale parameter  
 $c$  = muotoparametri – shape parameter

Weibull-kertymäjakauma on muotoa

$$F = 1 - \exp(-((x-a)/b)^c), \quad (a \leq x < \infty) \quad (2)$$

$$= 0, \quad (x < a)$$



Weibull-jakauman tiheysfunktion kolme parametria estimoitettiin sovittamalla jakauman tiheysfunktio johdettu logaritminen likelihood-funktio koealojen empiiriseen läpimittajakaumaan. Sekä runkoluvun että pohjapinta-alan läpimittajakauman parametrit estimoitettiin. Tavoitteena oli muodostaa kummankin jakauman kahdelle parametrille regressiomallit käyttäen selittävinä muuttujina helposti ja tarkasti mitattavissa tai arvioitavissa olevia metsikkötunnuksia. Parametrien ja mediaaniläpimitan välisen riippuvuuden perusteella voidaan kertymäjakaumasta (yhtälö 2) selvittää kolmas parametri ja määrätä jakauma.

Tutkimuksen suunnittelusta vastasivat Hökkä ja Penttilä. Toteutuksesta vastasi Hökkä ja aineiston käsittelyyn liittyneestä tiedonhallinnasta Piironen. Penttilä vastasi työssä tarvittuun aineiston keräyksestä. Hökkä ja Penttilä koostivat lopullisen käsikirjoituksen Hökän laatiman metsänarvioimistieteen pro gradu -työn pohjalta. Käsikirjoituksen tarkastivat vs. professori Risto Päivinen ja MML Annika Kangas tehden siihen huomioon otettuja korjausehdotuksia. Työn aikana saimme arvokkaita neuvoja MMK Matti Maltamolta. Dr. Margaret Penner tarkasti käsikirjoituksen englanninkieliset osat. Nimeltä mainittujen lisäksi haluamme kiittää kaikkia niitä henkilöitä, jotka työn eri vaiheissa ovat edistäneet tutkimuksen valmistumista.

## 2. Aineisto

### 21. Otanta

Empiirinen aineisto koostui ns. SINKA-koealoista, jotka on ositetulla systemaattisella otannalla poimittu VMI7:n suomensien maastokoealoista (Penttilä & Honkanen 1986). Otannan perusjoukon muodostivat Lapin, Koillis-Suomen, Kainuun, Pohjois-Pohjanmaan ja Keski-Pohjanmaan metsälautakuntien alueen mänty-, kuusi- ja koivuvaltaiset suot tietyin rajauksin. Osoy-sikkönä oli metsikkökuvio, joka täyttää tietyt metsikön kokoa, kasvupaikkaa, puuston kehitysvaihetta ja -kelpoisuutta koskevat ehdot. Osoy oli kiintiöity kunnittain tai kuntaryhmittäin sekä metsikköiden kehitysluokkien mukaan (Penttilä & Honkanen 1986).

Maastoon perustetussa kolmen koealan rypäessä ensimmäisen koealan keskipiste on otokseen sattuneella VMI-koealalla. Aineistossa voidaan tärkeimmät kasvupaikka- ja metsikkötunnuksot määrittää sekä puustotunnuksot laskea joko koeala- tai ryväskohtaisesti. Jatkossa koealalla tarkoitetaan kolmen koealan muodostamaa ryvästä, joka edustaa metsikkökuviota.

Aineiston saatavuuden vuoksi tutkimus rajattiin Lapin ja Oulun läänien ojitettujen soiden piensara-puolukkatasoisille ja sitä paremmille kasvupaikoille, mänty- ja hieskoivuvaltaisiin metsikköihin. Aineistossa oli neljän pohjoisimman metsälautakunnan alueella kaikkiaan 354 mänty- tai koivuvaltaista koealaa, joista jouduttiin läpimittajakaumia sovitettaessa karsimaan 25 koealaa. Lopullinen aineisto muodostui siten 329 koealasta (kuva 2). Tutkimuksessa käytet-

tiin kyseisten pysyvien koealojen ensimmäisen mittauskerran tietoja. Maastotyöt oli siltä osin tehty vuosina 1984–1989. Mitatut tunnuksot on kuvattu maastotyöohjeissa (Penttilä & Honkanen 1986). Tunnuksot määritelmät ovat lähes poikkeuksetta VMI7:n maastotyöohjeiden mukaiset.

### 22. Aineiston kuvaus

#### 221. Kasvupaikka- ja metsikkötunnuksot

Tämän tutkimuksen kannalta ovat oleellisia lähinnä koealan maantieteellistä sijaintia, puuston käsittelyä, tilaa, ikää ja puulajisuhteita kuvaavat metsikkötunnuksot, jotka on maastossa arvioitu rypään kaikille koealoille yhteisinä tunnuksina.

Korkeus merenpinnan yläpuolella ja lämpösumma kuvaavat koealan maantieteellistä sijaintia. Koealojen jakauma korkeuden vaihteluvälillä oli varsin tasainen. Korkeimmalla olevat koealat sijaitsevat 300 m merenpinnan yläpuolella ja matalimmalla olevat lähes merenpinnan tasossa. Lämpösummajakauma oli selvästi vino, koska otannassa lämpösumma oli painona kunnittaisessa kiintiöinnissä. Koealojen sijainti oli lämpösumman suhteen ryhmittäistä. Minimi 730 dd °C sijoittuu Kittilän kunnan keskiosaan ja maksimi 1070 dd °C Oulun läänin eteläosaan.

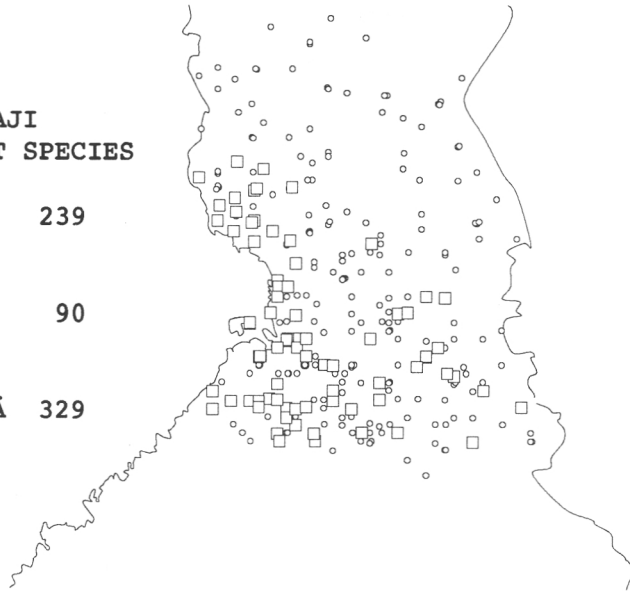
Valtaosa koealoista, 268 kappaletta, oli kuivatusasteeltaan muuttumia. Ojikoita oli 9 ja turvekankaita 41. Soistuneita turvekankaita oli 5 ja soistuneita muuttumia 6.

**PÄÄPUULAJI  
DOMINANT SPECIES**

○ MÄNTY 239  
PINE

□ KOIVU 90  
BIRCH

**YHTEENSÄ 329  
TOTAL**



Kuva 2. Aineiston mänty- ja koivuvaltaisten SINKA-koealojen sijainti.  
*Figure 2. Location of the pine- and birch-dominated SINKA-plots used.*

Aineisto jakautui ojitusajankohtaa vastaaviin suotyyppeihin (Heikurainen 1978) ja mittaushetken edustaviin ravinteisuusluokkiin (Huikari ym. 1964) taulukon 1 mukaan. Maastossa ravinteisuusluokka arvioitiin mittaushetkellä esiintyneen kasvillisuuden perusteella, joten koealojen jakautuminen ravinteisuusluokkiin poikkeaa jonkin verran yleisesti käytetyn suotyyppi-ravinteisuusluokka-rinnastuksen perusteella syntyvästä ojitushetken suotyyppien mukaisesta jakautumisesta. Yleisimmät suotyypit olivat varsinainen ja ruohoinen sararäme.

Puuston tilaa kuvattiin kehitysluokan, aiemman käsittelyn, pääpuulajin ja jaksollisuuden perusteella. Kaikkien aineistossa mukana olevien koealojen puustot oli maastossa luokiteltu yksijaksoisiksi.

Tutkimuksessa katsottiin riittäväksi kuvata puulajisuhteet havupuuprosentin avulla, joka ilmoitti männyn tai männyn ja kuusen osuuden koealan elävän puuston kokonaistilavuudesta. Otannan mukaisesti aineisto jakaantui vallitsevan puulajin suhteen kahteen osaan, mänty- ja koivuvaltaisiin koealoihin, maastossa arvioidun pääpuulajin perusteella.

Aineiston otanta oli keskitetty kasvatusvaiheen kehitysluokkien metsiköihin, joten uudistuskypsyä ja suojuspuumetsiköitä oli mukana yhteensä vain 20 (taulukko 2). Aineistossa oli

selvästi eniten nuoria kasvatusmetsiä. Tutkimusongelman kannalta koealojen jakauma jäyrydelteään eri kokoisiin metsiköihin olisi saanut olla tasaisempi, mutta otantakehikko ei tarjonnut mahdollisuutta lisätä varttuneempien metsiköiden osuutta.

Puuston aiempi käsittely, riippuen sen voimakkuudesta, vaikuttaa yleensä läpimittajakauden muotoon. Suurin osa koealoista oli luonnontilaisia tai lievästi käsiteltyjä (taulukko 3).

Metsikön kehitysvaihe riippuu turvemaiden varsin löyhästi puuston iästä. Samassa metsikössä puiden ikä vaihtelee paljon ja keskimääräinen biologinen ikä on yleensä huomattavan korkea. Koealojen puustoille oli laskettu rinnankorkeusikä koepuiden kairanlastusta lasketujen pohjapinta-alalla painotettujen ikien keskiarvona (Penttilä & Honkanen 1986). Jos ikää ei oltu määritetty, se oli koodattu 0:ksi. Ikäkauma oli vino, lisäksi varsin usein ikä oli jätetty määrittämättä (kuva 3). Kaiken kaikkiaan puuston iän merkitys läpimittajakauden muotoa ohjaavana tekijänä ei liene kovin suuri.

#### 222. Puuston dimensioita kuvaavat tunnuksot

Puustotunnuksot laskettiin mittaustiedoista KPL-ohjelmistolla (Heinonen 1981) ja määritettiin



Taulukko 1. Koealojen jakaantuminen pääpuulajin mukaisesti alkuperäisiin suotyyppeihin (Heikurainen 1978) ja mittaushetken ravinteisuusluokkiin (Huikari ym. 1964).

Table 1. Distribution of pine- and birch-dominated stands into original peatland site types (Heikurainen 1978) and into fertility classes (Huikari ym. 1964) in situ.

Ravinteisuus- luokka <sup>1)</sup> Fertility class <sup>1)</sup>	Suotyyppi <sup>2)</sup> Site type <sup>2)</sup>	Mänty- <sup>3)</sup> valtaisia Pine dominated <sup>3)</sup>	Koivu- valtaisia Birch dominated	Yhteensä Total
1		24	6	30
	VLK	0	2	2
	KoLK	0	3	3
	LhK	1	2	3
	VLR	21	0	21
	RLR	3	0	3
2		52	55	107
	RhSK	4	22	26
	RhK	4	31	35
	RhSR	43	3	46
	RhSN	5	4	9
3		76	28	104
	VSK	3	7	10
	MK	6	6	12
	KgK	5	4	9
	VSR	43	2	45
	VSN	3	2	5
	MKR	14	1	15
4		87	1	88
	PK	0	1	1
	PKgK	1	0	1
	PsR	36	0	36
	KgR	28	0	28
	PKR	6	0	6
	TSR	10	0	10
	VkR	1	0	1
	LkR	2	0	2
Yhteensä – Total			329	329

1) 1 = lehtoiset, lettoiset  
eutrophic pine mire

2 = ruohoiset  
mesotrophic pine or hardwood-pine mire

3 = suursaraiset, mustikkaiset  
oligo-mesotrophic pine or hardwood-pine mire

4 = piensaraiset, puolukkaforest  
oligotrophic pine mire, paludified pine forest

2) Mittaushetkellä arvioitu ojitushetken suotyyppi  
Site type at the time of drainage (classified in field)

3) Männyn osuus tilavuudesta  $\geq 50\%$   
Pine content  $\geq 50\%$  of the total volume

Kuva 3. Koealojen jakautuminen rinnankorkeusiän mukaisesti luokkiin (0 vuotta = ikää ei ole määritetty).  
Figure 3. Breast height age distribution of the plots (0 years = age not defined).

Taulukko 2. Koealojen kehitysluokkajakauma.

Table 2. Distribution of the plots into development classes.

Kehitysluokka <sup>1)</sup> Development class <sup>1)</sup>	Koealoja Plots
3	64
4	190
5	55
6	18
7	2
Yhteensä – Total	329

1) 3 = taimikko ja riukuvaihe – advanced sapling stand

4 = nuori kasvatusmetsikkö – young thinning stand

5 = varttunut kasvatusmetsikkö – advanced thinning stand

6 = uudistuskypsä metsikkö – mature stand

7 = suojuospuumetsikkö – shelterwood stand

Taulukko 3. Koealojen jakautuminen eri käsittelyluokkiin.

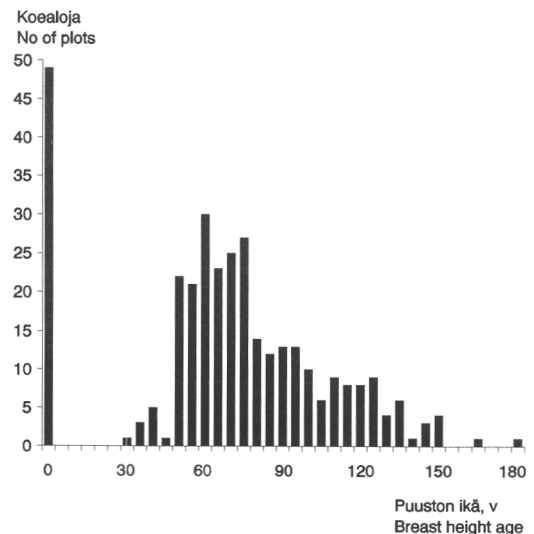
Table 3. Distribution of the plots into different treatment groups.

Käsittely <sup>1)</sup> Treatment <sup>1)</sup>	Koealoja Plots
1	166
2	41
3	122
Yhteensä – Total	329

1) 1 = luonnontilainen – untreated

2 = lievästi käsitelty – slightly treated

3 = käsitelty – treated according to normal forestry practices



Taulukko 4. Puustotunnusten minimi-, maksimi- ja keskiarvot sekä hajonnat.

Table 4. Minimum, maximum, mean and standard deviation of the stand characteristics.

Puustotunnus Stand character	Minimi Minimum	Keskiarvo Mean	Maksimi Maximum	Hajonta Std. dev.
N	242	1675	7770	905,39
G	0,37	12,45	32,45	6,86
H <sub>dom</sub>	3,09	10,52	21,63	3,38
d <sub>gM</sub>	4,71	11,99	22,70	3,69

N = runkoluku, kpl/ha  
stem number, stems/ha

G = pohjapinta-ala, m<sup>2</sup>/ha  
basal area

H<sub>dom</sub> = valtapituus, m  
dominant height

d<sub>gM</sub> = pohjapinta-alalla painotettu mediaaniläpimitta, cm  
diameter of the tree of median basal area

koeloille hehtaarikohtaisina. Runkoluvun, pohjapinta-alan, valtapituuden ja pohjapinta-alalla painotetun mediaaniläpimitan jakaumat olivat jonkin verran vinoja. Aineisto painottui pieni-puustoisiin metsiköihin. Tulos oli odotettu, koska valtaosa Pohjois-Suomen ojitusalueiden puustoista ei ole vielä saavuttanut kovin järeitä mittoja. Muuttujakohtaiset minimi-, maksimi- ja keskiarvot on esitetty taulukossa 4.

### 3. Weibull-parametrien estimointi

#### 31. Läpimittajakaumien kuvaaminen

Jokaiselle koelalle muodostettiin runkoluvun ja pohjapinta-alan läpimittajakaumat, joille molemmille laskettiin parametriestimaatit.

Syöttötietoina runkolukusarjoja sovitettaessa olivat koealan puiden läpimittahavainnot, keskimäärin n. 100 havaintoa/metsikkö. Tasaikäisissä viljelymetsiköissä läpimittajakauma voidaan riittävän tarkasti kuvata n. 50 puun otoksella (Shiver 1988). Vaikka ojitusaluemetsiköt ovat huomattavan epätasaisia, lienee sielläkin 100 puuta riittävä otos läpimittajakauman kuvaamiseen. Puut luokiteltiin 1 cm:n läpimittaluokkiin. Koealojen pohjapinta-alajakaumat saatiin painottamalla läpimittaluokittaisia runkolukuja luokan pohjapinta-alalla. Muodostettaessa pohjapinta-alajakauma kiinteäsäteisen koealan runkolukusarjan pohjalta tulevat pienet puut tietyllä painolla mukaan myös pohjapinta-alajakaumaan. Menetelmä johtaa pienempien puiden osalta tarkempaan arvioon todellisesta jakaumasta kuin jos pohjapinta-alajakauma määritetään otannalla relaskoopin avulla (vrt. Kilkki & Päivinen 1986, Kilkki ym. 1989).

Pohjapinta-alajakaumia laskettaessa poistettiin joidenkin koalojen läpimittajakaumista yksittäisiä ylispuita, jotta ne eivät olisi tarpeettoman suurella painolla tulleet esiin jakauman yläpäässä ja vaikeuttaneet tasoitusta. Maastossa

yksittäisten, valtapuustoa selvästi vanhempien puiden esiintyminen sallittiin yksijaksoisiksi luokitetuissa metsiköissä, kuten yleensä ojitusalueilla menetellään. Ylispuiksi katsottiin läpimittajakaumasta erillään olevat, vähintään kahden ilman havaintoa olevan läpimittaluokan (1 cm) jälkeen esiintyvät puut.

Yhdeltäkään koelalta ei ollut täydellistä tietoa läpimittajakaumasta, vaan maastossa puut oli mitattu määrättyyn minimiläpimittaan saakka, joka taimikoissa ja riukuvaiheen metsiköissä oli 2,5 cm ja muissa 4,5 cm. Lisäksi tiedettiin jokaisella koelalla minimiläpimitan alapuolelle jäävien, mutta yli 1,3 m:n pituisten puiden lukumäärä, joka saattoi olla useita kymmeniä.

#### 32. Estimointimenetelmä

Weibull-funktion parametreille etsittiin koaloitain arvot, joilla funktion kuvaaja muotoutui mahdollisimman lähelle todellista läpimittajakaumaa. Koska tiedossa ei ollut perusteltua lukuarvoa kiinteäksi minimiläpimitäksi, estimointiin täydellisen Weibull-jakauman kaikkia kolmea parametria. Kun mitattua minimiläpimittaa pienempien puiden vaikutus koko metsikön puustotunnuksiin oli tässä tapauksessa hyvin vähäinen, päätettiin a-parametrin antaa määräytyä estimoinnin perusteella 0,1 cm:n ja yhtälön

(4) rajoissa. Vaihteluväli jäi suppeaksi, sillä vain muutamalla koealalla pienin läpimittahavainto oli mittausminimin yläpuolella.

Parametrien maximum likelihood -estimaatit laskettiin IMSL-ohjelmalla ZXMWD (IMSL... 1984). Maximum likelihood -estimaattoreilla on useita hyviä ominaisuuksia, joskaan ne eivät välttämättä ole harhattomia (Winer 1971). Ohjelma ZXMWD minimoi iteratiivisesti Weibull-jakauman tiheysfunktioista johdettua logaritmis-ta likelihood-funktiota, joka voidaan esittää seuraavassa muodossa:

$$\ln L = (c-1) \sum_{i=1}^n \ln(x_i - a) - n(c-1) \ln b + n \ln(c/b) - \sum_{i=1}^n ((x_i - a)/b)^c \quad (3)$$

missä

L = maksimoitava uskottavuusfunktio  
likelihood-function

$x_i$  = läpimittahavainto  
diameter observed

a, b, c = Weibull-funktion parametrit  
parameters of the Weibull-function

(Rennols ym. 1985)

Parametrin c alarajaksi estimoinnissa määrättiin 0,7. Aiemmissa tutkimuksissa on laskevat jakaumat rajattu tarkasteltavan aineiston ulkopuolelle määräämällä c-parametrin alarajaksi 1,1 (Kilkki & Päivinen 1986, Mykkänen 1986, Maltamo 1988, Kilkki ym. 1990). Nyt niiden haluttiin nimenomaan sisältyvän aineistoon. Parametrin b alaraja oli 1,0. C-parametrin yläraja oli 20,0 ja b-parametrin yläraja 40,0. Vaihteluväli voitiin määrittää suhteellisen kapeaksi, koska tiedettiin jakaumien kohtalaisen suuri yhdenmuotoisuus ja suppeus. Jotta a-parametri ei saisi koealan mitattua minimiläpimittaa suurempia arvoja, rajoitettiin sen vaihteluväliä seuraavasti (Kilkki & Päivinen 1986):

$$a_{\min} = 0,1 \text{ cm}$$

$$a_{\max} = d_{\min}((0,3)^{1/n}) \quad (4)$$

$d_{\min}$  = metsikön pienin mitattu läpimitta  
the smallest diameter measured  
n = puiden lukumäärä metsikössä  
number of trees

### 33. Estimoinnin tulokset

#### 33.1. Aineiston läpimittajakaumat ja Weibull-funktion soveltuvuus niiden estimointiin

Runkoluvun läpimittajakaumissa parametrien estimointi onnistui moitteettomasti valtaosalla koealoja. Pohjapinta-alajakaumissa estimointi oli työläämpää. Optimointiohjelma antoi virheilmoituksen, jonka mukaan lähes puolessa aineistosta ohjelma ei voinut laskea estimaatteja vaaditulla tarkkuudella (0,0001). Estimoinnin aikana virheilmoituksen tuottaneilla koealoilla pohjapinta-alajakauma oli ilmeisesti enemmän tai vähemmän monihuippuinen, jolloin ohjelma ei saavuttanut parametriestimaateille vaadittua tarkkuutta.

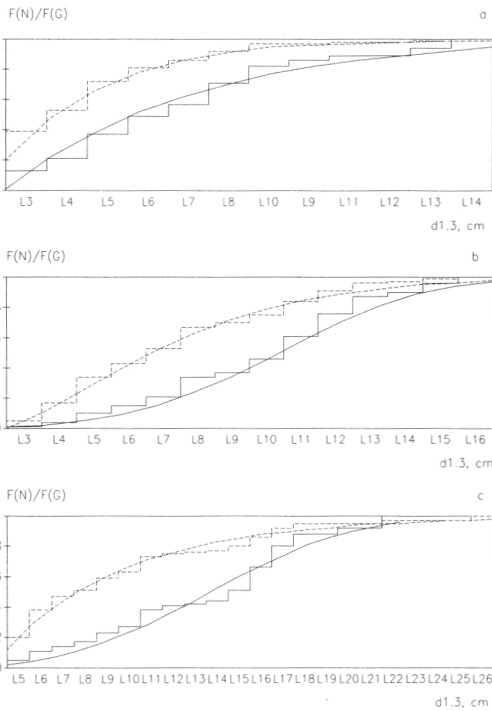
Vaikka kaikki koealat olikin maastossa luokiteltu puustoltaan yksijaksoisiksi, ei tämä silti takaa sitä, että läpimittajakaumat olisivat joko tasaisesti laskevia tai selkeästi yksihuippuisia. Jakaumia sovitettaessa paljastui läpimittajakaumista huippu- ja taitekohtia, joita ilmeisesti on hyvin vaikea maastossa silmä määräisesti havaita silloin, kun arvioidaan metsikön jaksollisuutta etupäässä puiden pituusjakauman perusteella (kuvat 4 a–c). Joissakin metsiköissä oli erotettavissa jopa kolme huippua.

Ohjelman laskemat 'keskeneräiset' parametriestimaatit tasoittivat pohjapinta-alan läpimittajakauman yksihuippuiseksi. Kertymäjakaumien graafinen tarkastelu ei kuitenkaan paljastanut sovituksessa poikkeavuuksia virheilmoituksen tuottaneilla koealoilla.

Koska käytössä ei ollut funktiota, jota voitaisiin sovittaa useampi huippuun jakaumiin, päätettiin käyttää saatuja Weibull-jakauman parametriestimaatteja mallien laadinnassa. Monihuippuisten jakaumien tasoituksessa mahdollisesti syntyvän systemaattisen harhan arvioitiin paljastuvan mallien testauksessa. Mallien laadintavaiheessa jouduttiin aineistosta vielä poistamaan koealoja (25 kpl), joissa sovitus oli tuottanut b-parametrille a-parametria pienemmän arvon (ks. luku 21).

Kilkki & Päivinen (1986) ehdottivat varsinkin läpimittajakauman suurimpien puiden painottamiseksi jakauman estimoinnista käänteisenä. Tällöin koealan jokaiselle puulle lasketaan uusi läpimitta vähentämällä mitattu läpimitta jostakin kiinteästä, riittävän suuresta luvusta. Parametri a on silloin sama kuin estimoitu suurin läpimitta. Maltamo (1988) testasi menetelmää ja sai tulokseksi, että tietyissä tapauksissa käänteisen jakauman malleilla tarkkuus puustotun-





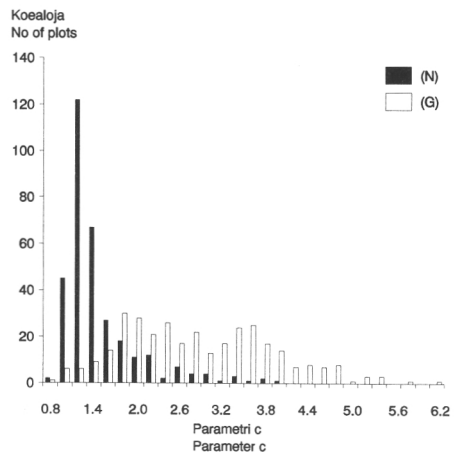
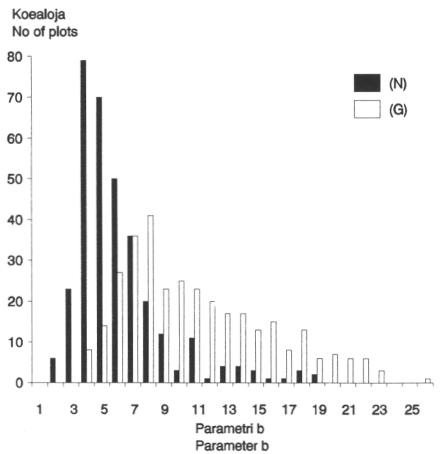
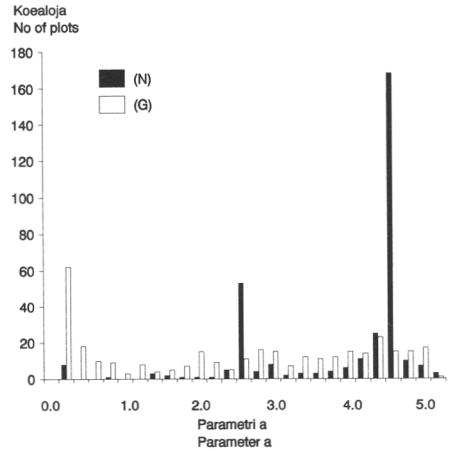
Kuva 4. Empiirinen sekä Weibull-funktiolla tasoitettu runkoluvun (katkoviiva) ja pohjapinta-alan (yhtenäinen viiva) suhteellinen kertymäjakauma koealoilla 43 (a), 1 (b) ja 219 (c).

Figure 4. Empirical relative cumulative stem number (dashed line) and basal area (continuous line) distributions as a function of dbh for plots 43 (a), 1 (b) and 219 (c). The step functions show the actual distribution and the smooth curves show the estimated three-parameter Weibull-distribution.

nusten laskennassa parani. Tässä aineistossa käänteisen läpimittajakauman estimointi ei onnistunut.

### 332. Parametristimaattien vertailu

Sekä runkoluku- että pohjapinta-alajakaumien parametristimaattien minimi-, maksimi- ja keskiarvot sekä hajonnat on esitetty taulukossa 5 ja jakautuminen vaihteluvälille kuvassa 5. Runkokusarjojen estimaattien vaihteluväli oli huomattavasti suppeampi kuin pohjapinta-alajakaumissa. Parametrin c arvojen perusteella ensin mainitut jakaumat olivat pääasiassa laskevia tai hyvin vinoja. Vain muutamalla koealalla c:n arvo oli yli 3,6, jolloin jakauma on normaalijakaumaan nähden vasemmalle vino. Lisäksi a-



Kuva 5. Runkoluvun (N) ja pohjapinta-alan (G) läpimittajakauman parametristimaattien a, b ja c jakautuminen vaihteluvälille.

Figure 5. Distribution of the Weibull-function parameter estimates a, b and c fit to stem number-dbh (N) and basal area-dbh (G) distributions.

Taulukko 5. Runkoluvun (iN) ja pohjapinta-alan (iG) läpimittajakaumien parametriestimaattien minimi-, maksimi- ja keskiarvot sekä hajonnat.

Table 5. Minimum, maximum, mean and standard deviation of the parameter estimates fit in stem number-dbh (iN) and basal area-dbh (iG) distributions.

	Minimi <i>Minimum</i>	Keskiarvo <i>Mean</i>	Maksimi <i>Maximum</i>	Hajonta <i>Std.dev.</i>
$a_N$	0,100	3,815	5,141	1,074
$b_N$	1,663	5,604	18,856	3,008
$c_N$	0,754	1,378	3,885	0,536
$a_G$	0,100	2,340	5,078	1,667
$b_G$	3,102	10,638	25,734	4,716
$c_G$	0,784	2,767	6,081	1,031

Taulukko 6. Runkoluvun (iN) ja pohjapinta-alan (iG) parametriestimaattien korrelaatiomatriisi.

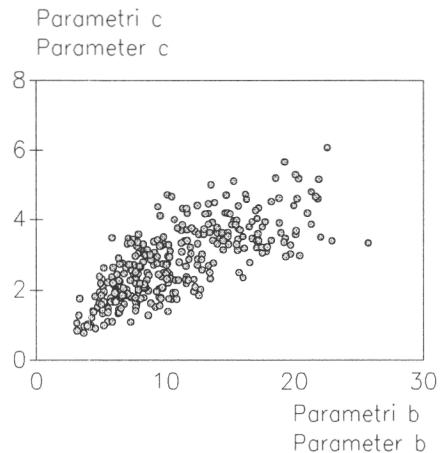
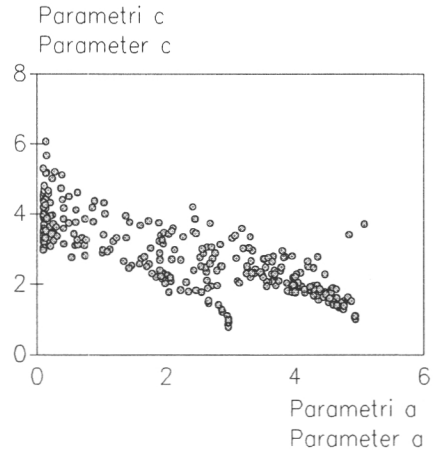
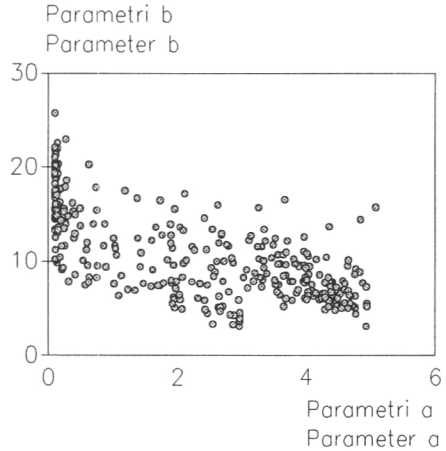
Table 6. Correlation matrix of the parameter estimates fit in stem number-dbh (iN) and basal area-dbh (iG) distributions.

	$a_N$	$b_N$	$a_G$	$b_G$
$b_N$	-0,355		$b_G$	-0,685
$c_N$	-0,564	0,743	$c_G$	-0,793
				0,750

parametrin arvot olivat keskittyneet mainittujen minimiläpimittojen läheisyyteen.

Pohjapinta-alajakaumista lasketut estimaatit olivat paitsi laajemmin myös tasaisemmin jakauneita. Pohjapinta-alapainotus muutti jakaumien muotoa niin, että vain pienellä osalla koealoista jakauma pysyi edelleen laskevana. Parametrin c alarajan asettaminen 1,1:een, eli laskevien jakaumien pois sulkeminen ei olisi jättänyt montakaan koealaa aineiston ulkopuolelle (vrt. luku 32.). Parametri a sai arvoja koko vaihteluväliltä, koska jakaumat ovat lähempänä normaalijakaumaa ja pienten puiden määrän vaihtelu kutistui hyvin vähäiseksi. Tosin a saavutti alarajan huomattavan usein.

Weibull-funktion parametrit ovat tietyillä arvoalueilla korrelaatiossa keskenään. Parametriestimaateista a:n korrelaatio b:n ja c:n kanssa voimistuu siirryttäessä runkolukusarjoista pohjapinta-alajakaumiin (taulukko 6). Laskevissa jakaumissa a-parametrin arvo määräytyy lähinnä mitatun minimiläpimittan mukaan. Pohjapinta-alajakaumissa a voi määräytyä vapaammin, koska sekä b:n että c:n vaihteluväli on suurem-



Kuva 6. Pohjapinta-alan läpimittajakauman parametriestimaattien keskinäinen korrelaatio.

Figure 6. Correlations between the parameter estimates of the basal area-dbh distributions.

pi. Yksihuippuisissa jakaumissa mitatun minimiläpimitan merkitys poistuu, ja a-parametri pyrkii b:n ja c:n arvojen kasvaessa mahdollisimman lähelle vaihteluvälin alarajaa (kuva 6). Vaikka a:n vaihteluväli olisi suurempi kuin tässä aineistossa ja sen alarajaksi määrättäisiin 0, se saavuttaisi 0:n hyvin usein (esim. Maltamo 1988).

## 4. Parametrien ennustaminen malleilla

### 41. Selitettävien parametrien ja selittävien muuttujien valinta

Mediaaniläpimitan ja kahden muun parametrin avulla voidaan määrittää Weibull-jakauman kolmas parametri, joten vain kahdelle tehtiin mallit. Parametrin a pienen vaihteluvälin vuoksi päätettiin, että sille laadittu malli jää välttämättä liian suppeaksi. Toisaalta ei ollut tarkoitus laatia b:lle tai c:lle malleja, joissa a-parametria käytettäisiin yhtenä selittäjänä (vrt. Kilkki & Päivinen 1986, Kilkki ym. 1989). Tämän vuoksi päätettiin tehdä mallit b- ja c-parametreille. Tällöin a saadaan yhtälöstä 5 (Kilkki & Päivinen 1986).

$$a = d - b(-\ln(0,5))^{1/c} \quad (5)$$

$d$  = pohjapinta-alamediaaniläpimitta  
*diameter of the tree of median basal area*

Malleihin valittiin mahdollisiksi selittäjiksi luvussa 22. kuvattuja metsikkö- ja puustotunnuksia. Nämä olivat havupuuprosentti, lämpösumma, korkeus merenpinnan yläpuolella, ikä, runkoluku, pohjapinta-ala, valtapituus ja mediaaniläpimitta. Näiden lisäksi aineistoa oli mahdollisuus jakaa ositteisiin joidenkin epäjatkuvien luokittelumuuttujien kuten kehitysluokan, käsittelyn, kuivatusasteen, suotyypin ja ravinteisuusluokan perusteella.

Aineisto oli alunperin jaettu pääpuulajin mukaisesti havupuuvaltaisiin (männyn tai männyn ja kuusen osuus puuston tilavuudesta > 50 %) ja koivuvaltaisiin koeloihin. Toisin kuin olisi voinut olettaa, havupuuprosentilla ei ollut koko aineistossa eikä kehitysluokan, suotyypin tai muun muuttujan perusteella osoitettua aineistossa minikäänlaista korrelaatiota parametristimaattien kanssa. Tarkastelun tuloksena päätettiin käsitellä mänty- ja koivuvaltaisia metsiköitä yhdistettynä aineistona.

Runkoluvun läpimittajakaumista estimoitujen parametrien vaihteluväli oli hyvin kapea ja jakaumien muoto vaihteli niin vähän, ettei sitä voitu selittää metsikkötunnusten vaihtelulla. Tästä syystä päätettiin laatia mallit vain pohjapinta-alan läpimittajakauman parametreille.

### 42. Mallien laatiminen

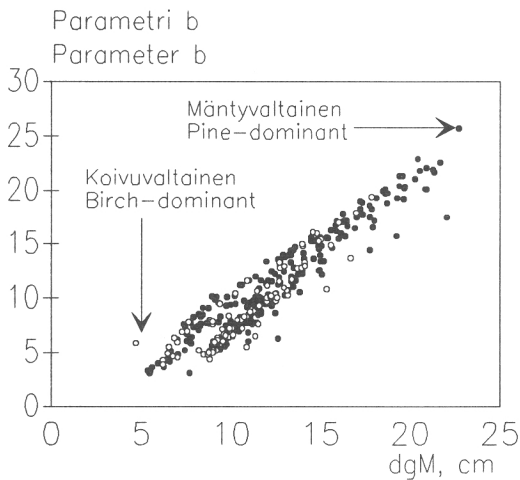
Aiemmissä tutkimuksissa sekä jakauman huipun sijaintia että jakauman muotoa on parhaiten selittänyt puuston pohjapinta-alalla painotettu mediaaniläpimitta (Kilkki & Päivinen 1986, Kilkki ym 1989). Tässäkin aineistossa pohjapinta-alamediaaniläpimitta ( $d_{GM}$ ) korreloi voimakkaimmin molempien parametrien kanssa (kuvat 7 ja 8). Erityisesti b-parametrin ja  $d_{GM}$ :n välinen riippuvuus oli kiinteä. Kuvassa 7 pienillä mediaaniläpimitan arvoilla tapahtuva riippuvuuden jakaantuminen kahteen ryhmään johtuu kahdesta erilaisesta minimiläpimitan mittausrangasta.

Pääpuulajin mukaisesti koivikoihin ja männiköihin jaetuilla koeloiilla parametristimaattien riippuvuus  $d_{GM}$ :sta oli varsin yhdenmukaista. Muista puustotunnuksista pohjapinta-ala ja valtapituus selittivät varsinkin b-parametrin vaihtelua. Pohjapinta-alalla painotetun mediaaniläpimitan lisäksi muita selkeästi c-parametrin kanssa korreloivia puustotunnuksia ei löytynyt. Metsikkötunnuksista vain lämpösummalla oli parametrien arvojen kannalta merkitystä. Merkillepantavaa oli, etteivät kummankaan parametrin arvot tässä aineistossa millään tavalla riippuneet metsikön aiemmasta käsittelystä. Tämä viittaa siihen, että puuston käsittely ei ojitusalueilla juurikaan muuta läpimittajakaumaa.

Linearisessa regressioanalyysissä (REKO, Timonen 1983) b-parametrin malliin selittäviksi muuttujiksi valikoituivat  $d_{GM}$  ja  $d_{GM}$ :n neliöjuuri (malli B1; taulukot 7 ja 8). C-parametrin arvojen vaihtelua selitti parhaiten malli, joka linearisoitiin logaritimuunnoksella sekä selittävän että selittävän muuttujan ( $d_{GM}$ ) suhteen. Malliin tuli lisäksi mukaan lämpösumma. Selityksaste jäi b-parametrin mallia huomattavasti heikommaksi (malli C1; taulukot 7 ja 8).

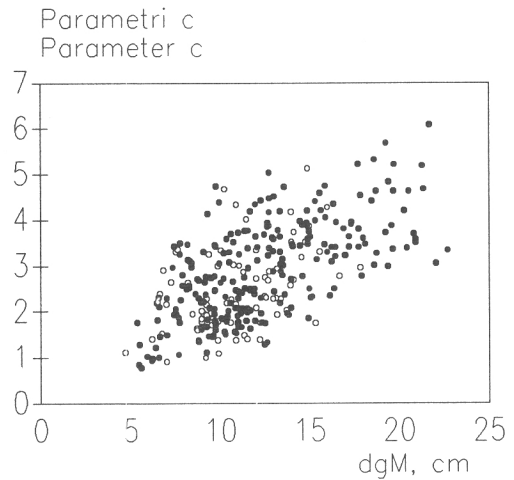
Mainittujen mallien lisäksi tehtiin molemmil-





Kuva 7. Pohjapinta-alamediaaniläpimitan ( $d_{gM}$ ) ja pohjapinta-alan läpimittajakaumasta estimoidun b-parametrin välinen korrelaatio. Mäntyvaltaiset koealat merkitty pisteellä, koivuvaltaiset renkaalla.

Figure 7. Diameter of the tree of median basal area ( $d_{gM}$ ) related to the b-parameter estimated from the basal area-diameter distributions. Pine-dominated (pine content  $\geq 50\%$  of volume) marked with dots, birch-dominated (pine content  $< 50\%$  of volume) with circles.



Kuva 8. Pohjapinta-alamediaaniläpimitan ( $d_{gM}$ ) ja pohjapinta-alan läpimittajakaumasta estimoidun c-parametrin välinen korrelaatio. Merkinnot kuten kuvassa 11.

Figure 8. Diameter of the tree of median basal area ( $d_{gM}$ ) related to the c-parameter estimated from the basal area-diameter distributions. See Fig. 11 for explanations.

le parametreille kaksi vaihtoehtoista epälineaarista mallia, koska jäännösvaihtelutarkastelujen ja lineaarisuustestien perusteella lineaarisia malleja ei pidetty täysin tyydyttävänä. Epälineaaristen mallien käytöllä voidaan myös välttää lineaarisointien takaisinmuunnoksissa syntyvät virheet.

Epälineaarinen riippuvuus näytti noudattavan muotoa, joka voidaan kuvata Richardsin (Richards 1959) funktioilla (yhtälö 6). Funktion eksponentissa olevan parametrin m saadessa arvon 2 kutsutaan kyseistä Richardsin funktion erikoistapausta logistiseksi funktioksi (yhtälöt 7 ja 8).

Richardsin funktio:  
Richards' function:

$$f = a((1 - b(\exp(-cx)))^{1/(1-m)}), m < 1 \quad (6)$$

Logistinen funktio:  
Logistic function:

$$f = a/(1 + b(\exp(-cx))) \quad (7)$$

$$\ln((a - y)/y) = \ln b - cx \quad (8)$$

Epälineaariset mallit tehtiin useassa vaiheessa. Logistisesta funktiosta valittiin logaritmeilla

linearisoitu muoto (yhtälö 8), jonka kertoimet  $\ln b$  ja  $c$  estimoitiin lineaarisella regressioanalyysillä. Saatuja kertoimia käytettiin alkuarvoina epälinearisessa regressioanalyysissä, jossa BMDP:n ohjelmalla AR (BMDP 1988) estimoitiin tarkemmin asymptootin  $a$ , sekä kertoimien  $b$ ,  $c$  ja  $m$  arvot kummankin parametrin malleissa (mallit B2, C2, B3 ja C3 taulukoissa 7 ja 8). Sovitettavat funktiot olivat yhtälöiden (6) ja (7) muotoa. Tämän jälkeen c-parametrin malleihin lisättiin vielä lineaarisella regressioanalyysillä toiseksi selittäväksi muuttujaksi metsikön maantieteellistä sijaintia kuvaava lämpösomma.

Epälinearisissa malleissa jäännösjakauman homogeenisuus parani, mutta selitysaste saattoi laskea lineaarisiin malleihin verrattuna. Kaikki regressiomallit on esitetty taulukossa 7 ja mallien jäännöshajonnat ja selitysasteet taulukossa 8. Esimerkki mallien jäännösvaihtelusta (mallit B2 ja C2) on kuvassa 9.



Taulukko 7. Pohjapinta-alan läpimittajakauman parametrien b ja c regressiomallit.  
 Table 7. Regression models for parameters b and c from basal area-dbh distributions.

---

B1  
 $b = 7,45373 + 2,14553(d_{gM}) - 6,58372((d_{gM})^{0.5})$

B2  
 $b = 27,165014/(1 + 18,512305(\exp(-0,203369d_{gM})))$

B3 (m = 1/3)  
 $b = -3,45630 + 61,5922(1 - 0,950895(\exp(-0,035028d_{gM}))^{1.5})$

C1  
 $\ln(c) = -1,39538 + 0,774965(\ln(d_{gM})) + 0,000471dd$

C2  
 $c = -1,29993 + 5,13023/(1 + 4,909867(\exp(-0,138123d_{gM}))) + 0,00149749dd$

C3 (m = 9/10)  
 $c = -1,30769 + 6,38039(1 - 0,196919(\exp(-0,071057d_{gM}))^{10}) + 0,0015046dd$

---

$D_{gM}$  = pohjapinta-alalla painotettu mediaaniläpimitta  
 diameter of the tree of median basal area  
 dd = lämpösumma  
 temperature sum ( $dd > 5 \text{ }^\circ\text{C}$ )

Taulukko 8. Parametrien b ja c regressiomallien jäännöshajonnat ja selitysteet.  
 Table 8. Standard error of the regression and coefficient of determination of the models of parameters b and c.

---

	Jäännöshajonta Std. error of the regression	Selityste Coefficient of determination
B1	1,484	0,902
B2	1,438	0,907
B3	1,522	0,896
C1	0,310	0,396
C2	0,800	0,401
C3	0,800	0,401

---

## 5. Mallien testaus

### 51. Testiaineisto

Mallien luotettavuutta testattiin sekä mallitusaineistossa että riippumattomassa testiaineistossa. Testiaineistoksi valittiin Metsäntutkimuslaitoksen suontutkimusosaston Suometsien kasvatus -hankkeen 21 koetta. Kokeet sijaitsevat Oulun ja Lapin läänin alueella.

Ojitusalueiden nuorten ja varttuneiden kasvatusemetsien käsittelyn perusteita selvittävässä koeksussa on neljä käsittelyä 2–4 toistona. Lähtöpuustosta riippuen harvennuskäsittely on tehty joko runkoluku- tai pohjapinta-alaohjeella peruskäsittelyn noudattaessa paikallisten metsälautakuntien metsänkäsittelyohjeiden harvennuskäsittelymalleja. Lievä ja voimakas käsittely poikkeavat

em. ohjeesta 30 %.

Testiaineisto on kasvupaikan suhteen hieman eri tavalla jakautunut ja puulajisuhteiltaan mentyvaltaisempi sekä keskimäärin hieman järeämpi puustoinen kuin mallien laadinta-aineisto. Kokeet keskittyvät nevaisille rämeille.

Mallien laadinta-aineiston koealaa vastaavaksi tarkasteluyksiköksi valittiin testiaineiston koeala. Koealojen määrä vaihteli kokeittain toistojen mukaan. Testiaineiston koealojen kokonaismäärä oli 243. Koealalla olevien puiden määrä vaihteli noin viidestäkymmenestä yli tuhanteen. Erialaisten käsittelyjen ansiosta puustotunnusten vaihtelu oli saatu suureksi. Mitattu  $d_{GM}$  vaihteli testiaineistossa välillä 7,00–20,00 cm. Keskiarvo oli 12,44 cm ja hajonta 2,42. Sen sijaan metsikkötunnusten vaihtelu jäi vain kokeiden väliseksi ja paljon suppeammaksi.

## 52. Testausmenetelmä ja testauksen tulokset

### 52.1. Parametrien testaus

Malleja testattiin vertaamalla testiaineistosta malleilla ja ML-estimoinnilla laskettuja parametriestimaatteja. Jokaiselle koealalle laskettiin puidentietojen avulla pohjapinta-alan läpimittajakauma. Tähän sovitettiin Weibull-jakauma samalla tavalla kuin luvussa 32. Toiset estimaatit laskettiin malliyhtälöillä puusto- ja metsikkötunnusten avulla.

Estimaattien eroja voidaan tarkastella useilla tilastollisilla tunnusluvuilla. Tässä tutkittiin estimaattien keskimääräistä poikkeamaa oikeana pidetystä arvosta eli harhaa. Harha laskettiin yhtälön 9 mukaan.

$$b = 100((y_i - y_w)/y_w), \quad (9)$$

$b$  = harha (%)

*Bias*

$y_i$  = mallilla  $i$  laskettu parametriestimaatti  
*parameter predicted by model  $i$*

$y_w$  = Weibull-jakaumasta estimoitu arvo  
*parameter estimated using the Weibull-function*

Testauksen tulokset nähdään taulukosta 9, jossa harhan lisäksi on estimaattien tunnuslukuja. Negatiivinen harha merkitsee mallin antamaa aliarviota ja positiivinen harha yliarviota.

Harhan suhteen  $b$ -parametrin mallit olivat huomattavasti luotettavampia kuin  $c$ -parametrin mallit.  $B$ :n mallit antoivat testiaineistossa hyvin lieviä ja  $c$ :n mallit hieman suurempia aliarvioi-

Taulukko 9. Parametrien maximum likelihood -estimaattien ( $b_w$ ,  $c_w$ ) ja malleilla laskettujen estimaattien ( $b_1$ ,  $b_2$ ,  $b_3$ ,  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$ ) sekä näiden erotuksen ( $D$ ) minimi-, maksimi- ja keskiarvot, hajonnat sekä malleilla laskettujen estimaattien harhat testiaineistossa.

Table 9. Minimum, maximum, mean and standard deviation of the maximum likelihood estimates of the parameters ( $b_w$ ,  $c_w$ ) and the parameters predicted by regression models ( $b_1$ ,  $b_2$ ,  $b_3$ ,  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$ ) and their difference ( $D$ ) and the bias of the models in test data.

	Minimi	Maksimi	Keskiarvo	Hajonta	Harha, %
	Minimum	Maximum	Mean	Std. dev.	Bias, %
$b_1$	5,180	20,570	10,873	2,944	-2,186
$b_w$	4,250	21,350	11,116	3,139	
$D$	-3,160	4,990	-0,243	-0,186	
$b_2$	5,090	20,370	10,916	3,093	-1,799
$b_w$	4,250	21,350	11,116	3,139	
$D$	-3,310	5,310	0,200	-0,046	
$b_3$	4,680	19,900	11,070	2,936	-0,414
$b_w$	4,250	21,350	11,116	3,139	
$D$	-3,070	5,190	-0,046	-0,203	
$c_1$	1,860	3,880	2,687	0,401	-11,756
$c_w$	1,450	5,890	3,045	0,949	
$D$	-3,170	1,230	-0,358	-0,548	
$c_2$	2,080	3,980	2,804	0,405	-7,910
$c_w$	1,450	5,890	3,045	0,949	
$D$	-3,070	1,360	-0,241	-0,544	
$c_3$	2,070	3,980	2,805	0,399	-7,880
$c_w$	1,450	5,890	3,045	0,949	
$D$	-3,060	1,350	-0,240	-0,550	

ta. Epälineaariset mallit antoivat tarkimmat estimaatit kummallekin parametrimalleille.

Käyttäen hyväksi yhtälöä (5) laskettiin parhaalla malliyhdistelmällä B3C3 testiaineiston koealoille  $d_{GM}$ . A-parametriksi sijoitettiin testiaineistosta estimoitu minimiläpimitta. Suhteessa Weibull-jakaumasta sovituksen yhteydessä estimoituun mediaaniläpimittaan harha oli vain -0,64%. Tasoitusmenetelmästä riippumaton vertailu saatiin laskemalla malliyhdistelmän tuottaman  $d_{GM}$ :n harha KPL-laskennan tuottaman  $d_{GM}$ :n suhteen. Se oli -1,66%.

Harhaa tarkasteltiin myös pohjapinta-alamediaaniläpimitan funktiona.  $D_{GM}$ :n kasvaessa testiaineiston minimistä maksimiin vaihtui kaikkien  $b$ -parametrin mallien harha lievästä aliarviosta lievään yliarvioon.  $C$ -parametrin malleissa



Taulukko 10. Malliyhdistelmillä (BiCj) muodostetuista pohjapinta-alan kertymäjakaumista laskettujen alaja yläkvartiileja vastaavien läpimittojen ( $d_{Q1}$ ,  $d_{Q3}$ ) keskimääräinen suhteellinen poikkeama empiirisistä kertymäjakaumista lasketuista läpimitoista mallitusaineistossa.

Table 10. Bias of the diameters corresponding to quartiles ( $d_{Q1}$ ,  $d_{Q3}$ ) of the cumulative basal area-dbh distributions constructed by combinations of regression models (BiCj) and empirical diameters in modelling data.

Malliyhdistelmä Model combination	Harha (%) – Bias (%)	
	$d_{Q1}$	$d_{Q3}$
B1C1	-3,039	-2,458
B1C2	-1,593	-2,938
B1C3	-1,615	-2,931
B2C1	-3,006	-2,515
B2C2	-1,559	-2,988
B2C3	-1,581	-2,981
B3C1	-3,129	-2,967
B3C2	-1,738	-3,411
B3C3	-1,750	-3,411

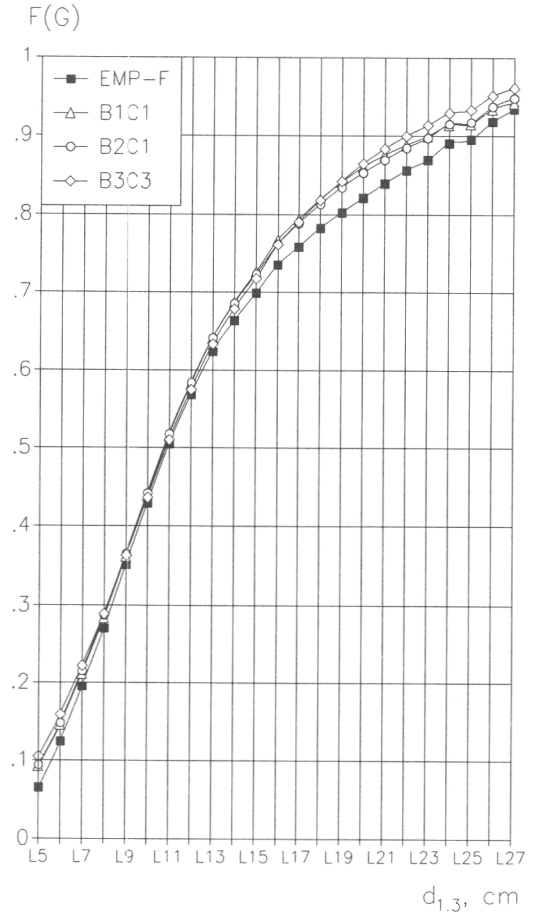
ei harhalla ollut  $d_{GM}$ -n vaihteluvälillä selvää suuntausta.

Testiaineistossa b:n malleissa oli harhan suhteen eri käsittelyvoimakkuuksilla näkyvissä sama suuntaus kuin keskimäärin koko aineistossa. C:n mallit taas ennustivat käsittelemättömillä ja lievästi käsitellyillä koelaloilla parametrin arvot liian suuriksi. Voimakkaasti harvennetuilla koelaloilla arvot ennustettiin liian pieniksi. Normaalisti käsitellyillä koelaloilla mallit tuottivat keskimäärin oikeat parametriarvot.

Testauksen puutteena voidaan pitää sitä, että testiaineisto oli saanut 'parempaa metsänhoitoa' kuin mallitusaineisto. Testiaineistossa valtaosa koelaloista keskittyi mediaaniläpimitaltaan 10 ja 15 cm:n välille ja mediaaniläpimitalla mitaten varttuneina pidettävät puustot olivat syntyneet käsittelyn tuloksena. Aliarvio c-parametrin malleissa johtunee pääosin juuri käsittelystä, sillä testiaineiston koelaloilla minimiläpimita oli keskimäärin suurempi ja pienten puiden määrä vähäisempi kuin mallitusaineistossa.

## 522. Jakaumatestausta

Mallien kykyä ennustaa jakauman muotoa ja sijaintia testattiin mallitusaineistossa. Koelaloille määritettiin empiirisen pohjapinta-alan kertymäjakauman avulla ala- ja yläkvartiileja vastaa-



Kuva 10. Empiirinen (EMP-F) ja eri malliyhdistelmillä (ks. taulukko 7) laskettu pohjapinta-alan suhteellinen kertymäjakauma mallitusaineistossa.

Figure 10. Empirical relative cumulative basal area-diameter distribution (EMP-F) in the modelling data and relative cumulative diameter distributions constructed by different model combinations (see Table 7).

vat läpimitat. Näitä verrattiin b- ja c-parametrin mallien yhdistelmillä lasketuista jakaumista määritettyihin, kvartiileja vastaaviin läpimitoihin. Kvartiileja vastaavien läpimittojen harhat laskettiin samalla periaatteella kuin parametrin harhat (ks. yhtälö 9).

Testauksen tulos oli samansuuntainen kuin parametrin testauksessa saatu (taulukko 10). Mallit antavat empiiriseen jakaumaan nähden lieviä yliarvioita kertyneestä pohjapinta-alasta kummassakin kvartiilipisteessä. Keskimääräinen aliarvio alakvartiilia vastaavasta läpimitasta oli

0,14–0,28 cm ja yläkvartiilia vastaavasta läpimitasta 0,34–0,48 cm. Harha ei kummassakaan kvartiilipisteessä riippunut mediaaniläpimitasta.

Empiirisen ja joillakin malliyhdistelmillä ennustettujen kertymäjakaumien eroja tarkasteltiin myös läpimittaluokittain (kuva 10). Tarkastelu on luotettavimmillaan välillä 5 cm–14 cm, millä alueella lähes joka koealalla oli puita. Läpimittaluokassa 21 cm puita oli enää 112 koealalta ja 27 cm:n luokassa vain 28 koealalta. Tästä syystä kuvaajat kulkevat hieman poikkeavasti lähestyessään kertymäjakauman arvoa 1.

Eri malliyhdistelmien tarkkuudessa oli vain pieniä eroja. Kaikki malliyhdistelmät antoivat kertyneestä pohjapinta-alasta yliarvion, joka välillä 7–14 cm oli hyvin vähäinen, mutta välillä 15–25 cm jo merkittävä. Läpimittaluokittaisen jäännöshajonnan osoittamien huippujen (13 cm ja 27 cm) välissä malleilla ei voitu ennustaa empiirisen jakauman kulkua, vaan jakauma tasoittui yksihuippuiseksi. Lukuunottamatta kaksihuippuisuuden tasoittumista lienee jakauman keskimääräinen muoto muutoin kuvattu harhattomasti. Tässä aineistossa a:n vaihtelualue on suppea, jolloin kertymäjakauman jyrkkyys määräytyy lähinnä parametrin b arvojen mukaan. Liian pieni b:n arvo sijoittaa jakauman huipun

liikaa vasemmalle, ja johtaa yliarvioon kertyneestä pohjapinta-alasta.

Jakaumatestausten perusteella lisättiin kaikkien b:n mallien vakiotermeihin 0,2, minkä tuloksena eri malliyhdistelmien harha välillä 7 cm–14 cm poistui. Samoin yliarvio luokan 20 cm kohdalla pieneni 3–4 %:iin.

Jos oletetaan, että parametrien ennustemallit ovat jokseenkin harhattomia (ks. luku 42, kuva 9), selittyy havaittu harha ainoastaan b:n estimaattien harhaisuudella. Syy voi olla aineistossa tai estimointimenetelmässä. Maximum likelihood -estimaattien harhattomuus edellyttää, että aineisto on normaalisti jakautunut. Tässä aineistossa läpimittojen jakauma oli voimakkaasti oikealle vino. Parametriestimaattien voimakas keskinäinen korrelaatio on myös voinut aiheuttaa virheitä estimointiin.

Toisaalta koko aineistossa empiirisestä pohjapinta-alasta keskimäärin 75% on kertynyt jo luokan 14 cm (yläkvartiilia vastaava läpimitta taulukossa 10) kohdalla, joten sitä suurempien luokien pohjapinta-ala on alueella, missä aineiston edustavuus alkaa heiketä. Niinpä suurin poikkeama empiirisen jakauman ja malliyhdistelmillä laskettujen jakaumien välillä on jo mallien laadinta-aineiston ja soveltamisalueen reuna-alueella.

## 6. Tulosten tarkastelu

Tutkimuksessa pyrittiin kuvaamaan mänty- ja koivuvaltaisten ojitusaluemetsiköiden läpimittajakauma teoreettisen jakauman parametrien malleilla. Weibull-jakauma valittiin aikaisemmissa tutkimuksissa saatujen kokemusten ja käytön yleisyyden vuoksi. Suomessa Weibull-jakaumaa on käytetty vastaavalla tavalla aiemmin kangasmaiden männiköiden ja kuusiköiden pohjapinta-alan läpimittajakauman estimoinnissa.

Tutkimuksen koealat sijaitsivat ojitusalueilla, missä metsiköiden runkoluvun läpimittajakaumien muoto poikkeaa vastaavan kehitysvaiheen kangasmaiden metsiköiden jakaumien muodosta. Tutkimusaineisto edustaa tutkimusalueen arkimetsiä. Läpimitthavaintojen määrä koealalla oli aineistossa huomattavasti suurempi kuin aiemmissa tutkimuksissa ja koealan läpimittajakauma oli määritetty eri tavalla kuin aiemmin.

Runkoluvun läpimittajakauman parametreille ei ollut mahdollista muodostaa malleja, koska

lähes kaikilla koealoilla jakaumat olivat muodoltaan jonkinlaisia laskevan jakauman variaatioita. Jakaumien muoto ei riippunut puuston kehitysvaiheesta. Runkoluvun läpimittajakauman laskeva muoto on ojitusalueille tyypillinen ominaisuus, joka säilyy puuston varttuessakin melko pitkään (Hökkä & Laine 1988).

Pohjapinta-alan läpimittajakauman parametristimaatit olivat mallitettavissa monimuotoisempien jakaumien ansiosta. Useilla koealoilla tuli ilmi estimaattien laskentavaiheessa läpimittajakaumien monihuippuisuus, joka ei silti graafisen tarkastelun perusteella aiheuttanut virheitä jakaumien tasoituksessa. Erikssonin & Sallnäsin (1987) tutkimuksessa heikoimman tuloksen sovituksessa antaneet jakaumat olivat monihuippuisia. Toisaalta Droesslerin & Burkin (1989) mukaan Weibull-funktiolla voidaan tasoittaa myös kaksihuippuisia jakaumia jopa tarkemmin kuin ei-parametrisilla menetelmillä. Kummas-

sakaan tutkimuksessa parametrien estimointimenetelmä ei ollut sama kuin tässä tutkimuksessa.

Tärkein selittävä muuttuja sekä jakauman muotoa että huipun sijaintia ennustettaessa oli pohjapinta-alamediaaniläpimitta, kuten aiemmissakin tutkimuksissa (esim. Kilkki & Päivinen 1986, Kilkki ym. 1989). Sen sijaan esimerkiksi puuston ikä ei selittänyt kummankaan parametrien vaihtelua. Maantieteellinen sijainti näytti tässä aineistossa selittävän jakauman muotoa niin, että lämpösunnan pienentyessä jakaumien huipukkuus pieneni tai vinous oikealle lisääntyi.

Mallitusaineistossa kummankaan parametrien arvot eivät riippuneet puuston aiemmasta käsittelystä. Myöskään testiaineistossa edes voimakas käsittely ei muuttanut kovin paljon läpimittajakauman muotoa. Tähän on ilmeisesti syynä ojitusaluemetsien epätasainen tilajärjestys ja puiden ryhmittäinen sijainti, jolloin kasvushakkuilla on usein suurempi vaikutus tilajärjestyksen kuin läpimittajakauman tasoitumiseen. Aukkoisuutta vältettäessä voi jäävä puusto jäädä kooltaan hyvinkin heterogeeneiseksi.

Läpimittajakauman monihuippuisuus ei välttämättä tarkoita sitä, että koealan puiden pituusjakauma olisi yhtä selvästi jakautunut osiin ja metsikkö monijaksoinen, vaan se voi kuvastaa pelkästään ojitusalueilla kasvavien puiden läpimittojen suurta vaihtelua, jota pohjapinta-alapainotus tässä tapauksessa korostaa. Tavallisesti oletetaan, että läpimittajakauman perusteella voidaan todeta metsikön jaksollisuus. Ojitusalueiden puilla suuri läpimitta ei kuitenkaan aina indikoi keskimääräistä suurempaa pituutta juuri sen vuoksi, että suurimmat puut eivät välttämättä reagoi voimakkaasti ojitukseen. Puiden runkomuoto vaihtelee paljon, ja vaihtelu puiden pituusjakaumassa voi olla suhteessa vähäisempää kuin läpimittajakaumassa. On mahdollista, että pituuden suhteen ojitusaluemetsikköä voidaan pitää yksijaksoisena mutta läpimittajakauman perusteella erikokoisrakenteisena tai monijaksoisena.

Jakaumatestauksessa todettu lievä systemaattinen harha jakaumien huipun sijainnissa voitiin poistaa b-parametrien mallien vakiotermin korjauksella. Ilmeisesti harha oli syntynyt parametrien estimoinnissa. Testauksen perusteella malleja ei enää muutettu, koska varsinkin b-parametrien mallien harhat olivat riippumattomassa testisaineistossa hyvin vähäiset. Tässä tutkimuksessa käytetyn maximum likelihood -estimointimenetelmän on todettu tuottavan harhan ja varianssin suhteen parhaat estimaatit Weibull-ja-

kauman parametreille (esim. Shiver 1988).

Esitetyt mallit kuvaavat tietynlaisen keskimääräisen kehityksen laskevasta tai voimakkaasti oikealle vinosta jakaumasta kohti normaalijakaumaa tai vasemmalle vinoa jakaumaa metsikön pohjapinta-alamediaaniläpimitan kasvaessa, mutta eivät pysty ennustamaan jakauman muotoa oikein silloin, kun muutosnopeus jostakin syystä on keskimääräistä hitaampaa tai nopeampaa. Rennolsin ym. (1985) mukaan Weibull-jakaumaa sovellettaessa keskiläpimitalla ei voida tarkoin ennustaa läpimittajakauman muotoa kuvaavaa parametria, koska niiden keskinäinen riippuvuus ei ole kovin voimakas.

Mallien parantamiseksi voidaan ajatella vaihtoehtoisia menettelytapoja. Weibull-funktio toimii riittävän tarkasti jos jakaumat ovat lähes yksihuippuisia, mutta ei silloin, kun ne ovat korostetun kaksihuippuisia (Droessler & Burk 1989). Tällöin voitaisiin ajatella jotakin muuta funktiota, joka monipuolisemmin ottaisi huomioon empiirisen jakauman muodon. Empiirisen jakauman tarkka kuvaus on kuitenkin vain yksi läpimittajakaumaa kuvaavalta funktiolta vaadittavista ominaisuuksista, jonka painottaminen johtaa usein tinkimiseen muissa ominaisuuksissa. Vaikka tasoitusfunktion käytön perusteena pidetään sitä, että otoksen satunnainen vaihtelu saadaan tasoitettua lähemmäksi populaation todellista läpimittojen jakaumaa, ei ole voitu osoittaa, että todellinen jakauma noudattaisi jotain tilastollista jakaumaa (Shiver 1988).

Läpimittajakauman kaikki muodot voidaan kuvata tarkimmin ei-parametrisilla menetelmillä. Yksi tapa estimoida jakauma on määrätä kertymäjakauma prosentiosuuspisteiden avulla ilman todennäköisyysfunktiota (Borders ym. 1987). Toinen mahdollisuus on käyttää Kernel-estimointia, jossa koko tiheysfunktio, joka voi olla useampi huippuinenkin, saadaan osiin jaetun havaintoaineiston summaan (Silverman 1986). Ei-parametristen menetelmien heikkoutena on niiden luontainen alttius epäedustaville otoksille, jolloin jakauman tarkka estimointi voi johtaa näennäisen vaihtelun vuoksi virheelliseen tasoitukseen (Droessler & Burk 1989). Lisäksi niiden käyttö rajoittuu jakaumien kuvaukseen, koska jakaumaoletuksen puuttuessa taustalta ei metsikkötunnuksilla voida ennustaa jakauman parametreja.

Puujaksot tai läpimittajakauman mukaiset puuryhmät on mahdollista erotella toisistaan ja estimoida kullekin oma jakauma. Laskevissa jakaumissa jaksojen erotteluperustetta on kuitenkin vaikea löytää. Keskittyminen pelkästään läpi-

mitan perusteella arvioitujen valtapuiden muodostaman jakson tarkasteluun johtaa liian suureen yksinkertaistukseen, jolloin pienten puiden kasvupotentiaali tulee aliarvioitua.

Pienten puiden määrän arvioinnissa ei kuitenkaan pidä pyrkiä äärimmäiseen tarkkuuteen, sillä osa niistä on ja jää joka tapauksessa alikasvokseksi, jonka merkitys koko metsikön kehityksen kannalta on olematon. Mielenkiintoista olisikin selvittää, mikä osa ojitushetken vallitusta latvuserroksesta ja pian ojituksen jälkeen syntyvistä pienistä puista myöhemmin pystyy tuottamaan kaupalliset mitat saavuttavaa puuta, ja mikä osa jää pysyvästi alikasvokseksi.

Vaikka mallitusaineistossa oli mukana sekä männiköitä että koivikoita, ei tämä merkitse sitä, että yksittäisen metsikön sisällä puulajit olisivat läpimittajakaumassa täysin samanarvoisia. On todennäköistä, että esimerkiksi varsinaisen sa-

rarämeen ojitusalueella kasvupaikan karuuden vuoksi koivut jäävät mänty-hieskoivusekametsiköissä pääasiassa vallittuun asemaan ja keskikooltaan mäntyä pienemmiksi. Pyrittäessä puustotunnusten mahdollisimman tarkkaan arviointiin läpimittajakauma onkin syytä määrittää erikseen jokaiselle puulajille ja jaksolle (Siipilehto 1988, Maltamo 1990).

Koska mallitusaineiston empiiriset läpimittajakaumat kuvattiin lähes kaikkien metsikköön kuuluvien puiden perusteella, voidaan malleilla ennustaa ojitusaluemetsiköiden pohjapinta-alan läpimittajakauma ilmeisesti tarkemmin kuin jos käytetään aiemmin laadittuja, kivennäismaiden metsiköille tarkoitettuja vastaavia malleja. Mallit soveltuvat parhaiten riukuvaiheen taimikoihin ja nuoriin kasvatusmetsiin, joissa puusto on läpimitaltaan pääosin pienempää kuin 15 cm.

## Kirjallisuus – References

- Bailey, R.L. & Dell, T.R. 1973. Quantifying diameter distribution with the Weibull-function. *Forest Science* 19(2): 97–104.
- BMDP 1988. Statistical software manual, Vol. 1. University of California Press. Berkeley. Los Angeles.
- Borders, B.E., Souter, R.A., Bailey, R.L. & Ware, K.D. 1987. Percentile-based distributions characterize forest stand tables. *Forest Science* 33(2): 560–575.
- Burkhard, H.E. & Strub, M.R. 1974. A model for simulation of planted Loblolly pine stands. In: J. Fries (ed.). *Growth models for tree and stand simulation*. Royal College of Forestry, Research Notes 30. Stockholm. s. 128–135.
- Cajanus, W. 1914. Über die entwicklung gleichaltiger Waldbestände. Eine statische Studie I. *Acta Forestalia Fennica* 3. 142 s.
- Clutter, J.L., Fortson, J.C., Pienaar, L.V., Brister, B.H. & Bailey, R.L. 1983. *Timber management. A quantitative approach*. John Wiley & Sons, Inc. 333 s.
- Droessler, T. D. & Burk, T. E. 1989. A test of nonparametric smoothing of diameter distributions. *Scandinavian Journal of Forest Research* 4(1989): 407–415.
- Eriksson, L.O. & Sallnäs, O. 1987. A model for predicting log yield from stand characteristics. *Scandinavian Journal of Forest Research*. 2(1987): 253–261.
- Gustavsen, H.G. & Päivänen, J. 1986. Luonnontilaisten soiden puustot kasvullisella metsämaalla 1950-luvun alussa. Summary: Tree stands on virgin forested mires in the early 1950's in Finland. *Folia Forestalia* 673. 27 s.
- Hafley, W.L. & Schreuder, H.T. 1977. Statistical distributions for fitting diameter and height data in even-aged stands. *Canadian Journal of Forest Research* 7: 481–487.
- Heikurainen, L. 1971. Virgin peatland forests in Finland. *Acta Agraria Fennica* 123: 11–26.
- 1978. Suo-opas. 3. painos. Helsinki.
- Heinonen, J. 1981. KPL – koalojen peruslaskentaohjelmisto. VAX11/780-ohje. Metsäntutkimuslaitos. Konekirjoite 38 + 2 s.
- Huikari, O., Muotiala, S. & Wäre, M. 1964. *Ojitusopas*. Helsinki.
- Hänell, B. 1984. Skogsdikningsboniteten hos Sveriges torvmarker. Sveriges lantbruksuniversitet, Rapport i skogsekologi och skoglig marklära 50. 125 s.
- Hökkä, H. & Laine, J. 1988. Suopuustojen rakenteen kehitys ojituksen jälkeen. Summary: Post-drainage development of structural characters in peatland forest stands. *Silva Fennica* 22(1): 45–65.
- IMSL library, users manual 1984. International Mathematical and Statistical Libraries, Inc., Houston.
- Kilkki, P. 1984. Metsänmittausoppi. *Silva Carelica* 3. 222 s.
- & Päivinen, R. 1986. Weibull function in the estimation of the basal area dbh-distribution. Seloste: Weibull-funktio pohjapinta-alan läpimittajakauman estimoinnissa. *Silva Fennica* 20(2): 149–156.
- , Maltamo, M., Mykkänen, R. & Päivinen, R. 1989. Use of the Weibull function in estimating the basal area dbh-distribution. Tiivistelmä: Weibull-funktion käyttö pohjapinta-alan läpimittajakauman estimoinnissa. *Silva Fennica* 23(4): 311–318.
- Maltamo, M. 1988. Kuusten läpimittajakauman estimointi Weibull-funktion avulla. Pro gradu -työ. Joensuun yliopisto, metsätieteellinen tiedekunta. 76 s.
- 1990. Puuston kokojakaumat. Julkaisussa: Kangas,

- A., Kangas, J., Korhonen, K. T., Maltamo, M. & Päivinen, R. Metsää kuvaavat mallit. *Silva Carelica* 17: 40–61.
- Mykkänen, R. 1986. Weibull-funktion käyttö puuston läpimittajakauman estimoinnissa. Pro gradu -työ. Joensuun yliopisto, metsätieteellinen tiedekunta. 80 s.
- Nelson, T. C. 1964. Diameter distribution and growth of loblolly pine. *Forest Science* 10: 105–115.
- Penttilä, T. & Honkanen, M. 1986. Suometsien pysyvien kasvukoealojen (SINKA) maastotyöohjeet. Metsäntutkimuslaitoksen tiedonantoja 226. 98 s.
- Päivinen, R. 1980. Puiden läpimittajakauman estimointi ja siihen perustuva puustotunnusten laskenta. Summary: On the estimation of the stem-diameter distribution and stand characteristics. *Folia Forestalia* 442. 28 s.
- Rennols, K., Geary, D. N. & Rollinson, T. J. D. 1985. Characterizing diameter distributions by the use of the Weibull distribution. *Forestry* 59(1): 57–66.
- Richards, F.J. 1959. A flexible growth function for empirical use. *Journal of Experimental Botany* 10: 290–300.
- Shiver, B.D. 1988. Sample sizes and estimation methods for the Weibull distribution for unthinned slash pine plantation diameter distributions. *Forest Science* 34(3): 809–814.
- Siipilehto, J. 1988. Metsikkökuvioiden läpimittajakauman estimointi beta-funktiolla. Pro gradu -työ. Helsingin yliopisto, metsänarvioimistieteen laitos. 54 s.
- Silverman, B.W. 1986. Density estimation for statistics and data analysis. Chapman & Hall. 175 s.
- Timonen, M. 1983. Reko – Regressio- ja korrelaatioanalyysiohjelma. Konekirjoite. Metsäntutkimuslaitos, Rovaniemen tutkimusasema.
- Winer, B.J. 1971. Statistical principles in experimental design. Second edition. MacGraw-Hill, Inc. 1971. 907 s.
- Zutter, B. R., Oderwald, R. G., Murphy, P. A., Farrah Jr., R. M. 1986. Characterizing diameter distributions with modified data types and forms of the Weibull distribution. *Forest Science* 32(1): 37–48.

Total of 34 references

## Summary

### The estimation of basal area-dbh distribution using the Weibull-function for drained pine- and birch dominated and mixed peatland stands in north Finland

Regression models for parameters of a theoretical function for predicting the diameter distribution of a stand were constructed in this study. The Weibull-function was used because of its flexibility and previous applications. The data consist of a sub-sample of the plots of the 7th Finnish National Forest Inventory which includes c. 600 permanent sample plots on peatlands in north Finland. Of these, 329 plots located on drained sites were used. Most of the plots represent advanced sapling and young thinning stands which have considerably more variation in size, growth and spatial distribution of trees than corresponding stands growing on upland sites. Because of ingrowth during first decades after drainage, the stem number-dbh distribution is usually reversed J-shaped or extremely right-skewed in contrast to the more symmetric distributions in upland stands. The tree species represented were Scots pine (*Pinus sylvestris*) and downy birch (*Betula pubescens*) in mixed and pure stands.

The three-parameter Weibull-function was fit to actual stem number-dbh and basal area-dbh distributions by the maximum likelihood estimation method. Actual distributions consisted of c. 100 diameters/plot on average. Parameters estimated from the stem number-

dbh distributions were quite strongly correlated with each other as were the parameters of the basal area-dbh distributions. Stem number-dbh distributions appeared to be almost uniformly extremely right-skewed mounds. The basal area-dbh distributions varied more and many were multimodal. Regression models were constructed for predicting the scale and the shape parameters of these distributions using stand characteristics. The diameter of the tree of median basal area and the scale and the shape parameters determine the location parameter. One linear model and two nonlinear models for each parameter were constructed. Nonlinear regressions were based on the Richards' function. The most important stand variable for predicting the scale as well as the shape parameters was the diameter of the tree of median basal area. Temperature sum (degree days > 5 °C) was also used to predict the shape parameter.

The models were tested using both the modelling data and an independent test data set. The test data consisted of 21 thinning experiments, each including thinnings of different intensities on drained peatland stands in north Finland, 243 plots altogether. First the bias of the models was computed by comparing the set of parameters



predicted by the models to those estimated by the maximum likelihood method with three-parameter Weibull-function for the test data. The nonlinear models were least biased and the models predicting the scale parameter were more accurate than models predicting the shape parameter. The underestimation of the shape parameter may be due mainly to heavier thinnings in the test data. Secondly, the bias of the basal area distributions predicted by the models in the modelling data was computed by comparing the diameters corresponding to the quartiles of the actual cumulative dbh-basal area distributions and the cumulative distributions constructed by different combinations of the parameter prediction models. Minor underestimation of the diameters (-1,5 % ... -3,4 %) was noticed.

Also differences of basal area in dbh-classes between the actual cumulative distribution and distributions constructed by different combinations of the models were compared in the modelling data. Minor systematical overestimation of basal area in dbh-classes was noticed.

Since the modelling data included all trees above a set lower diameter limit (4,5 cm or 2,5 cm depending on development stage), the models constructed should give a more accurate estimate of the actual basal area-dbh distribution on drained peatland stands particularly with respect of ingrowth, than similar models developed for dominant and co-dominant trees in upland stands. Further studies are required to investigate alternative model forms capable of describing multimodal stands.





# METSÄNTUTKIMUSLAITOS

## THE FINNISH FOREST RESEARCH INSTITUTE

### Tutkimusosastot — *Research Departments*

Maantutkimusosasto  
*Department of Soil Science*

Suontutkimusosasto  
*Department of Peatland Forestry*

Metsänhoidon tutkimusosasto  
*Department of Silviculture*

Metsänjalostuksen tutkimusosasto  
*Department of Forest Genetics*

Metsänsuojelun tutkimusosasto  
*Department of Forest Protection*

Metsäteknologian tutkimusosasto  
*Department of Forest Technology*

Metsänarvioimisen tutkimusosasto  
*Department of Forest Inventory and Yield*

Metsäekonomian tutkimusosasto  
*Department of Forest Economics*

Matemaattinen osasto  
*Department of Mathematics*

### Metsäntutkimusasemat — *Research Stations*

Parkanon tutkimusasema  
*Parkano Research Station*  
Os. — *Address:* 39700 Parkano, Finland  
Puh. — *Phone:* (933) 82 912

Muhoksen tutkimusasema  
*Muhos Research Station*  
Os. — *Address:* Kirkkosaarentie, 91500 Muhos, Finland  
Puh. — *Phone:* (981) 5331 404

Suonenjoen tutkimusasema  
*Suonenjoki Research Station*  
Os. — *Address:* 77600 Suonenjoki, Finland  
Puh. — *Phone:* (979) 51 381

Punkaharjun tutkimusasema  
*Punkaharju Research Station*  
Os. — *Address:* 58450 Punkaharju, Finland  
Puh. — *Phone:* (957) 314 241

Ojajoen koeasema  
*Ojajoki Field Station*  
Os. — *Address:* 12700 Loppi, Finland  
Puh. — *Phone:* (914) 40 356

Kolarin tutkimusasema  
*Kolari Research Station*  
Os. — *Address:* 95900 Kolari, Finland  
Puh. — *Phone:* (9695) 61 401

Rovaniemen tutkimusasema  
*Rovaniemi Research Station*  
Os. — *Address:* PL 16  
96301 Rovaniemi, Finland  
Puh. — *Phone:* (960) 336 411

Joensuun tutkimusasema  
*Joensuu Research Station*  
Os. — *Address:* PL 68  
80101 Joensuu, Finland  
Puh. — *Phone:* (973) 1514 000

Kannuksen tutkimusasema  
*Kannus Research Station*  
Os. — *Address:* PL 44  
69101 Kannus, Finland  
Puh. — *Phone:* (968) 71 161

Ruotsinkylän jalostuskoelasema  
*Ruotsinkylä Field Station*  
Os. — *Address:* 01590 Maisala, Finland  
Puh. — *Phone:* (90) 824 420



- No 771 Selaänder, Jukka & Immonen, Auli: Lannoituksen vaikutus männyntaimen tuhonalttiuteen tukkimiehentäille.  
Effect of fertilization on the susceptibility of Scots pine seedlings to the large pine weevil, *Hylobius abietis*.
- No 772 Sirén, Matti (red.) Flerträdsteknik och skonsamma maskiner i förstagallring. Slutrapport från ett av Nordiska Skogsarbetsstudiernas Råd (NSR) genomfört forskningsprojekt, 1987–1989.  
Puiden joukkokäsittely ja kevyt teknologia ensiharvennuksissa. Yhteispohjoismaisen NSR-projektin loppuraportti, 1987–1989.  
Multi-tree processing and light technology in first thinnings.  
Final report for a research project of the Nordic Research Council on Forest Operations (NSR), 1987–1989.
- No 773 Hakkila, Pentti: Hakkuupoistuman latvusmassa.  
Crown mass of trees at the harvesting phase.
- No 774 Korhonen, Kari T.: Sekamallitekniikalla laadittujen runkokäyrämallien käyttö metsäinventoinnissa.  
Using taper curve models based on mixed linear models in forest inventory.
- No 775 Oja, Seppo & Salonen, Tommi (toim.): Metsäntutkimuslaitoksen julkaisut 1990.  
Abstracts of publications of the Finnish Forest Research Institute, 1990.
- No 776 Mielikäinen, Kari & Valkonen, Sauli: Harvennustavan vaikutus varttuneen metsikön tuotokseen ja tuottoihin Etelä-Suomessa.  
Effect of thinning method on the yield of middle-aged stands in southern Finland.
- No 777 Tamminen, Pekka: Kangasmaan ravinnetunnusten ilmaiseminen ja viljavuuden alueellinen vaihtelu.  
Expression of soil nutrient status and regional variation in soil fertility of forested sites in southern Finland.
- No 778 Kaunisto, Seppo: Maa-analyysin käyttö kasvupaikan ravinnetilan arvioimiseksi eräillä Alkkian metsitetyillä suopelloilla.  
Soil analysis as a means of determining the nutrient regime on some afforested peatland fields at Alkkia.
- No 779 Eeronheimo, Olli: Suometsien puunkorjuu.  
Forest harvesting on peatlands.
- No 780 Hytönen, Jyrki & Silfverberg, Klaus: Kuivatustehon vaikutus turvemaan lämpöoloihin.  
Effect of drainage on thermal conditions in peat soils.
- No 781 Hökkä, Hannu, Piironen, Marja-Leena & Penttilä, Timo: Läpimittajakau-  
man ennustaminen Weibull-jakaumalla Pohjois-Suomen mänty- ja koivu-  
valtaisissa ojitusalue metsiköissä.  
The estimation of basal area-dbh distribution using the Weibull-function for drained pine- and birch dominated and mixed peatland stands in north Finland.